

ESERCITAZIONE PRE-ESONERO – 15 GENNAIO 2009

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1. Rispondere alle seguenti domande.

1. Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos n}{n^2}$.
2. Calcolare $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\log(\sin x)}{\cos x}$.
3. Calcolare la derivata di $f(x) = \frac{1}{\log(\tan x)}$ sul suo insieme di definizione.
4. Calcolare $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x \sin x dx$.
5. Determinare il massimo di $f(x) = x^3 e^{-2x}$.
6. Sia $f(x)$ una primitiva di $\sin x / \log^2 x$ e $g(y) = f^{-1}(y)$ la sua inversa in un intorno di $x = \pi/2$.
Si calcoli $g'(y_0)$, con $y_0 = f(\pi/2)$.

Esercizio 2. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{n^2 - n} - \frac{1}{\log\left(\frac{n+1}{n}\right)} \right].$$

Esercizio 3.

Si calcoli lo sviluppo di Taylor del second'ordine in $x_0 = 1$ di $f(x) = \arctan \frac{x^2+x}{2}$.

Esercizio 4.

1. Si studi la funzione $f(x) = e^{-x}\sqrt{x-1}$ (dominio, segno, asintoti orizzontali, verticali od obliqui, derivata, massimi o minimi relativi) e se ne disegni il grafico.
2. Si studi la funzione $f(x) = x^{-2}\log|x+2|$ e se ne disegni il grafico.
(Suggerimento: per lo studio del segno della derivata, può essere utile sapere che la funzione $x - 2(x+2)\log|x+2|$ ha una sola radice reale, $x^* < 3$).

Esercizio 5.

1. Calcolare $\int \frac{x^4+7x^2-1}{x^3+1}$.
(Suggerimento: può essere utile decomporre in fattori la somma di cubi che appare al denominatore).
2. Calcolare $\int_1^e (\log x)^2 dx$.