

SECONDO APPELLO – 9 FEBBRAIO 2009

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

**Esercizio 1.** Rispondere alle seguenti domande.

1. Determinare le quattro radici complesse di  $z^4 + 1 = i$ .

2. Determinare il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt[3]{x^2 - 1}}$ .

3. Risolvere la disuguaglianza  $\log_x \left( \frac{x^2 + 1}{4} \right) \leq 1$ .

4. Determinare l'inversa di  $f(x) = \tan(\arcsin x)$  sull'intervallo  $(-1, 1)$ .

5. Calcolare la derivata di  $f(x) = 3^{\cos x}$ .

6. Determinare il vettore parallelo a  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ , di lunghezza 2 e di verso opposto a  $\vec{v}$ .

**Esercizio 2.**

Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \\ -4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ .

1. Calcolare  $A^2$ .
2. Calcolare  $\det A$ ,  $\det(A^2)$  e, se possibile, la matrice inversa  $A^{-1}$ .
3. Sia  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$  e si consideri il sistema lineare  $A\vec{w} = \vec{v}$ , con  $\vec{w}$  un vettore incognito. Si stabilisca se è risolubile e, in caso, se ne determini una soluzione.
4. Sia  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Si determini l'equazione della retta ortogonale a  $\vec{u}$ , passante per l'origine e appartenente al piano  $xz$ .

**Esercizio 3.**

1. Si calcoli lo sviluppo di Taylor del terz'ordine in  $x_0 = 0$  di  $\arcsin x$ .
2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arcsin x}{\log(1 + x^3)}.$$

**Esercizio 4.**

Sia

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-1)}{x+1}}.$$

Si studi  $f(x)$  (dominio, segno, asintoti orizzontali e/o verticali e/o obliqui, derivata, massimi e/o minimi relativi, massimi e/o minimi assoluti) e se ne disegni il grafico.

**Esercizio 5.**

1. Calcolare

$$\int \frac{x}{x^2 + 4x + 8} dx .$$

2. Calcolare

$$\int_1^e x \log x dx .$$