

SECONDO APPELLO – 9 FEBBRAIO 2009

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1. Rispondere alle seguenti domande.

1. Determinare le quattro radici complesse di $z^4 + 1 = i$.

2. Determinare il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt[3]{x^2 - 1}}$.

3. Risolvere la disuguaglianza $\log_x \left(\frac{x^2 + 1}{4} \right) \leq 1$.

4. Determinare l'inversa di $f(x) = \tan(\arcsin x)$ sull'intervallo $(-1, 1)$.

5. Calcolare la derivata di $f(x) = 3^{\cos x}$.

6. Determinare il vettore parallelo a $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, di lunghezza 2 e di verso opposto a \vec{v} .

Esercizio 2.

Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \\ -4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

1. Calcolare A^2 .
2. Calcolare $\det A$, $\det(A^2)$ e, se possibile, la matrice inversa A^{-1} .
3. Sia $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ e si consideri il sistema lineare $A\vec{w} = \vec{v}$, con \vec{w} un vettore incognito. Si stabilisca se è risolubile e, in caso, se ne determini una soluzione.
4. Sia $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Si determini l'equazione della retta ortogonale a \vec{u} , passante per l'origine e appartenente al piano xz .

Esercizio 3.

1. Si calcoli lo sviluppo di Taylor del terzo ordine in $x_0 = 0$ di $\arcsin x$.
2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \arcsin x}{\log(1 + x^3)}.$$

Esercizio 4.

Sia

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-1)}{x+1}}.$$

Si studi $f(x)$ (dominio, segno, asintoti orizzontali e/o verticali e/o obliqui, derivata, massimi e/o minimi relativi, massimi e/o minimi assoluti) e se ne disegni il grafico.

Esercizio 5.

1. Calcolare

$$\int \frac{x}{x^2 + 4x + 8} dx .$$

2. Calcolare

$$\int_1^e x \log x dx .$$