

SECONDO ESONERO – 22 GENNAIO 2009

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1. Rispondere alle seguenti domande.

1. Determinare coefficiente angolare e intercetta dell'asintoto obliquo di $f(x) = \frac{x^2+3x+1}{x-7}$.

2. Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n^2})^{n^2+n}$.

3. Sia $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2-\cos x}{3x^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$
Si stabilisca se f è continua in $x = 0$.

4. Calcolare la derivata di $f(x) = \arctan \sqrt{\log x}$ sul suo insieme di definizione.

5. Determinare l'equazione della retta tangente a $f(x) = e^{x^2-x}$ nel punto $x_0 = 1$.

6. Determinare una primitiva della funzione $f(x) = \frac{\log x}{x}$.

Esercizio 2.

Sia $f(x) = \sinh x \stackrel{def}{=} \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

1. Si calcoli lo sviluppo di Taylor del terz'ordine in $x_0 = 0$ di $f(x)$.
2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x}{\sin x - x \cos x} .$$

Esercizio 3.

Sia

$$f(x) = (\log x)^2 - (\log x)^4.$$

Si studi $f(x)$ (dominio, segno, asintoti orizzontali e/o verticali, derivata, massimi e/o minimi relativi, massimi e/o minimi assoluti) e se ne disegni il grafico.

Esercizio 4. Calcolare

$$\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 - x - 2}.$$

Esercizio 5. (Facoltativo)

Calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left[\left(\frac{n+1}{n} \right)^n + \frac{\sin n}{2} \right]^n} .$$