**Nome:** **Cognome:** **Matricola:**

## APPELLO AUTUNNALE – 15 SETTEMBRE 2010

- **Motivare il lavoro svolto**
- **È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti**

**Esercizio 1 (6 punti)**
Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^3 - x^2 + x}\ . \tag{1}$$

1. Determinare il dominio di definizione di $f$.

2. Disegnare un grafico qualitativo di $f$.

**Esercizio 2 (6 punti)**
Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \ .$$

sul dominio $(0, +\infty)$.

1. Disegnare un grafico qualitativo di $f$.
2. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto $x_0 = \pi$ e se ne disegni il grafico.

**Esercizio 3 (4 punti)**
Determinare l'inversa della funzione $f(x) = e^{x^2+2x}$ sul dominio $D = [0, +\infty)$.

**Esercizio 4 (6 punti)**
Calcolare i seguenti limiti:

1.
$$\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot (\tan x)^2 \cdot (1+\cos x)}{\sin x} \ ;$$

2.
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^4} - 1 - \log(1+x^4)}{(1-\cos x)^2} \ .$$

**Esercizio 5 (8 punti)**

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{1 + \log x} \, .$$

In particolare:

1. determinare il dominio di definizione di $f$;
2. studiare il segno di $f$;
3. determinare il comportamento della funzione ai bordi del suo dominio di definizioni e stabilire se $f$ ammette asintoti orizzontali, verticali e/o obliqui;
4. calcolare la derivata di $f$, studiarne il segno e determinare le regioni in cui $f$ è crescente/decrescente;
5. determinare i massimi e i minimi relativi/assoluti della funzione;
6. DISEGNARE IL GRAFICO DI $f$.

**Esercizio 6 (5 punti)** Calcolare i seguenti integrali:

1. $$\int_0^{\pi} x \, \sin x \, \cos x \, dx \, .$$

2. $$\int_0^{1} \frac{x^3+1}{x^2+1} \, dx \, .$$