

Nome:

Cognome:

Matricola:

PRIMO APPELLO – SESSIONE ESTIVA – 21 GIUGNO 2010

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1 (4 punti)

1. Si stabilisca per quali valori del parametro a la seguente matrice *non* è invertibile:

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & 1-a \end{pmatrix} \quad (1)$$

2. Si scelga (a piacere) un valore di a per cui A è invertibile e se ne calcoli l'inversa corrispondente.

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare il dominio di definizione di

$$f(x) = \sqrt{1 - \tan x} . \tag{2}$$

Esercizio 3 (3 punti)

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x}$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Esercizio 4 (4 punti)

1. Determinare l'insieme di definizione D della funzione $f(x) = e^{x^3-1}$ e il relativo codominio $C = \text{Im}(D)$.
2. Stabilire se $f : D \rightarrow C$ è invertibile. Se no, trovare un sottoinsieme $D' \subseteq D$ su cui $f : D' \rightarrow C$ risulti invertibile.
3. Si calcoli la funzione inversa di f sul suo dominio di invertibilità. Si specifichi il dominio e il codominio della funzione inversa f^{-1} .

Esercizio 5 (5 punti)

Calcolare i seguenti limiti:

1.

$$\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} \sqrt{\frac{\tan x}{\frac{\pi}{2} - x}};$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{e^{x^2-2} - 1}{x - \sqrt{2}}.$$

Esercizio 6 (7 punti)

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{\sqrt{x + 3}} .$$

In particolare:

1. determinare il dominio di definizione di f ;
2. studiare il segno di f ;
3. determinare il comportamento della funzione ai bordi del suo dominio di definizioni e stabilire se f ammette asintoti orizzontali, verticali e/o obliqui;
4. calcolare la derivata di f , studiarne il segno e determinare le regioni in cui f è crescente/decrescente;
5. determinare i massimi e i minimi relativi/assoluti della funzione;
6. DISEGNARE IL GRAFICO DI f .

Esercizio 7 (4 punti) Calcolare

$$\int_2^3 \left(x - \frac{1}{2}\right) \log(x^2 - x) \, dx .$$