

Nome:

Cognome:

Matricola:

SECONDO APPELLO – SESSIONE ESTIVA – 21 LUGLIO 2010

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1 (6 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{2} \cos x - 1}. \quad (1)$$

1. Determinare il dominio di definizione di f .
2. Disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = x \cdot \tan x$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Esercizio 3 (4 punti)

Determinare l'inversa della funzione $f(x) = 1 + (\log x)^2$ sul dominio $D = (0, 1)$.

Esercizio 4 (6 punti)

Calcolare i seguenti limiti:

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot \log(1 + x^2)}{(\sin x)^2};$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}.$$

Esercizio 5 (8 punti)

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{1+x+x^2}.$$

In particolare:

1. determinare il dominio di definizione di f ;
2. studiare il segno di f ;
3. determinare il comportamento della funzione ai bordi del suo dominio di definizioni e stabilire se f ammette asintoti orizzontali, verticali e/o obliqui;
4. calcolare la derivata di f , studiarne il segno e determinare le regioni in cui f è crescente/decrescente;
5. determinare i massimi e i minimi relativi/assoluti della funzione;
6. DISEGNARE IL GRAFICO DI f .

Esercizio 6 (5 punti) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 3} dx .$$