

APPELLO STRAORDINARIO – 9 NOVEMBRE 2011

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1. [2 punti]. Calcolare $\log_{\sqrt{6}} 36$.

Esercizio 2. [2 punti]. Calcolare la derivata di $\frac{1}{\sin(x^2+e^x)}$.

Esercizio 3. [3 punti] Calcolare l'area del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(-1, -2)$.

Esercizio 4. [3 punti] Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Si risolva il sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ con il metodo di Cramer. Si verifichi per sostituzione la correttezza della soluzione trovata.

Esercizio 5. [4 punti] Risolvere la disuguaglianza $2x + |4 - x^2| > 4$.

Esercizio 6. [5 punti]

Calcolare i seguenti limiti:

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\log(x+1) - e^x}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sqrt{x^2 + x^3}}{\sqrt{4x - 1}} - \frac{x}{2} \right]$$

Esercizio 7 [10 punti].

Studiare la funzione

$$f(x) = \log \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - x} .$$

In particolare:

1. determinare il dominio di definizione di f ;
2. studiare il segno di f ;
3. determinare il comportamento della funzione ai bordi del suo dominio di definizioni e stabilire se f ammette asintoti orizzontali, verticali e/o obliqui;
4. calcolare la derivata di f , studiarne il segno e determinare le regioni in cui f è crescente/decrescente;
5. determinare, se esistono, i massimi e i minimi relativi/assoluti della funzione;
6. DISEGNARE IL GRAFICO DI f .

Esercizio 8. [5 punti]

1. Calcolare

$$\int_0^{\pi/2} e^{\sin^2 x} \sin 2x \, dx .$$

2. Calcolare

$$\int_1^e x \log(x+1) \, dx .$$