

Nome:

Cognome:

Matricola:

APPELLO STRAORDINARIO – 13 APRILE 2010

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1 (3 punti)

Calcolare l'area del triangolo di vertici $P_1 = (0, 0, 0)$, $P_2 = (1, 3, 0)$, $P_3 = (0, -1, 1)$.

Esercizio 2 (4 punti)

Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y - z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

1. Si determini la matrice associata al sistema e se ne calcoli il determinante. Si verifichi che il sistema ammette soluzione unica.
2. Calcolare la soluzione del sistema con il metodo di Cramer.
3. Verificare per sostituzione diretta che la soluzione trovata risolve il sistema.

Esercizio 3 (4 punti)

Risolvere la disuguaglianza trigonometrica

$$\cos^2 x + \frac{3}{2} \sin x \leq 0. \quad (2)$$

Esercizio 4 (3 punti)

Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = x^2 + \sin x$ nel punto $x_0 = \pi$.

Esercizio 5 (4 punti)

Calcolare i seguenti limiti:

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e}{x}\right)^{1/x};$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \log(1+x)}{\tan x - \sin x}.$$

Esercizio 6 (7 punti)

Studiare la funzione

$$f(x) = e^{-x} \sqrt{x^2 + 2x - 3}.$$

In particolare:

1. determinare il dominio di definizione di f ;
2. studiare il segno di f ;
3. determinare il comportamento della funzione ai bordi del suo dominio di definizioni e stabilire se f ammette asintoti orizzontali, verticali e/o obliqui;
4. calcolare la derivata di f , studiarne il segno e determinare le regioni in cui f è crescente/decrescente;
5. determinare i massimi e i minimi relativi/assoluti della funzione;
6. DISEGNARE IL GRAFICO DI f .

Esercizio 7 (5 punti)

1. Calcolare

$$\int_0^1 \frac{x^2}{2} e^{x^3+1} dx .$$

2. Calcolare

$$\int_1^2 \frac{\log x}{x^2} dx .$$