

Nome:

Cognome:

Matricola:

PRIMO APPELLO – 1 FEBBRAIO 2010

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1. Rispondere alle seguenti domande.

1. Determinare il dominio di definizione di $f(x) = x^{\cos x}$.

2. Calcolare la derivata di $x^{\cos x}$ sul suo dominio di definizione.

3. Siano $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2k \\ 1-k \end{pmatrix}$ e $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3-k \\ k+5 \end{pmatrix}$. Determinare i valori di k per cui \vec{v} e \vec{u} sono paralleli.

4. Risolvere la disuguaglianza $\frac{2x-x^2}{\sqrt{x^3+1}} \leq 0$.

5. Stabilire se la funzione $f(x) = \sqrt{2 + e^{x^2}}$ è invertibile su $[0, +\infty)$ e, se sí, determinarne l'inversa.

6. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calcolare $2I - A^2$.

Esercizio 2.

1. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\log n}}{n+2}$$

2. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-2}) .$$

3. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x^3)}{\sin x - \tan x}$$

Esercizio 3.

Siano $f(x) = \log(\cos x)$ e $g(x) = e^{3x^2}$.

1. Calcolare lo sviluppo di Taylor del second'ordine in $x_0 = 0$ di $f(x)$ e di $g(x)$.
2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - g(x)} .$$

Esercizio 4.

Sia

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}{8 - x}.$$

Si studi $f(x)$ (dominio, segno, asintoti orizzontali, verticali e obliqui, derivata, massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti) e se ne disegni il grafico.

Esercizio 5.

1. Calcolare

$$\int_0^2 \frac{x^2 - 3x^3}{2x^2 + 4x + 4} dx .$$

2. Calcolare

$$\int_1^e x (\log x)^2 dx .$$