

• **I NUMERI E LE FUNZIONI REALI.**

- Insiemi di numeri: naturali, interi e reali. Assiomi relativi alle operazioni, assiomi di ordinamento, assioma di completezza.
- Funzioni reali di una variabile reale: dominio, codominio, funzioni invertibili, funzioni monotone. Funzioni lineari. La funzione modulo. Funzioni potenza, esponenziale e logaritmo. Funzioni trigonometriche, funzioni trigonometriche inverse.

• **VETTORI E MATRICI. SISTEMI LINEARI.**

- I vettori nel piano e nello spazio. Lunghezza, direzione e verso. Rappresentazione cartesiana. Rappresentazione grafica: segmenti orientati. Modulo di un vettore. Somma e differenza tra vettori. Moltiplicazione di un vettore per un numero reale. Versori: versori associati a un vettore assegnato e versori coordinati. Proiezione di un vettore lungo una direzione assegnata. Prodotto scalare: rappresentazione trigonometrica e in coordinate. Criterio di ortogonalità tra vettori. Calcolo del coseno dell'angolo compreso tra due vettori. Prodotto vettoriale: rappresentazione trigonometrica e in coordinate. Regola della mano destra. Interpretazione geometrica del prodotto vettoriale. Applicazioni fisiche: forza di Lorenz e forza di Coriolis (cenni). Criterio di parallelismo tra vettori. Calcolo dell'area del parallelogramma costruito su due vettori. Rappresentazione parametrica di una retta nel piano. Criterio di parallelismo e ortogonalità tra rette del piano.
- Trasformazioni lineari di vettori: esempi (rotazioni, riflessioni attorno a rette). Matrici  $2 \times 2$ . Moltiplicazione di matrici per vettori colonna. Trasformazioni composte: prodotto (righe per colonne) tra matrici  $2 \times 2$ . La matrice identità. Matrici quadrate e matrici rettangolari. Operazioni tra matrici: somma, moltiplicazione per numero reale, prodotto tra matrici (righe per colonne). Il determinante di una matrice  $2 \times 2$ . Calcolo dell'inversa di una matrice  $2 \times 2$ . Il determinante di una matrice  $3 \times 3$  (regola di Sarrus e regola di Laplace). Il determinante di una matrice  $n \times n$  con la regola di Laplace (sviluppo lungo una riga o una colonna).
- La regola di Cramer: risoluzione di sistemi lineari di  $n$  equazioni in  $n$  incognite.
- Matrici diagonali. Autovalori e autovettori. Diagonalizzazione di matrici simmetriche (esempi per matrici  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ ).

• **LIMITI E CONTINUITÀ.**

- Limiti di successioni: definizioni e prime proprietà. Esempi di successioni convergenti, con limite infinito e che non ammettono limite. Successioni limitate e non limitate. Teorema di unicità del limite. Teorema: successioni convergenti sono limitate. Operazioni con i limiti, forme indeterminate. Limiti di rapporti tra polinomi. Teoremi di confronto: permanenza del segno e teorema dei carabinieri. Limiti notevoli:  $a^n$ ,  $n^{1/n}$ ,  $n^n$ . Somma della serie geometrica. Ancora sui limiti notevoli: se  $a_n \rightarrow 0$ , allora  $\sin(a_n)/a_n \rightarrow 1$  e  $(1 - \cos(a_n))/(a_n)^2 \rightarrow 1/2$ . Gerarchie di infiniti. Teorema: successioni monotone ammettono limite (solo enunciato). Il limite notevole  $(1 + 1/n)^n \rightarrow e$ .
- Limiti di funzioni. Asintoti orizzontali e verticali. Limiti da destra e da sinistra. Continuità e discontinuità. Calcolo dei limiti di funzioni e applicazioni allo studio dei grafici di funzioni. Asintoti obliqui. Limiti notevoli. Comportamento asintotico di una funzione vicino a un punto. Teoremi di continuità: teorema di permanenza del segno, di esistenza degli zeri (con dimostrazione), di Weierstrass, dei valori intermedi.

## • DERIVATE.

- La derivata: interpretazione meccanica e geometrica. Definizione e prime proprietà: se una funzione è derivabile è anche continua (ma non il viceversa). Derivate delle funzioni elementari: potenza, esponenziale, logaritmo, seno e coseno. L'equazione differenziale soddisfatta da seno e coseno. Operazioni con le derivate: derivata della somma, della differenza, del prodotto e del rapporto. Derivazione delle funzioni composte. Equazione della retta tangente a una curva in un punto. La formula di Taylor del prim'ordine. Un esempio: la legge di Hooke e l'equazione del moto di un oscillatore armonico.
- Massimi e minimi relativi (o locali). Il teorema di Rolle. Il teorema del valor medio. Criteri di monotonia. Caratterizzazione di una funzione costante in un intervallo. Studio di funzioni e ricerca dei massimi relativi. Problemi di ottimizzazione. Il teorema di L'Hopital. Calcolo di limiti che coinvolgono forme indeterminate con il teorema di L'Hopital. La formula di Taylor del second'ordine e di ordine generico. Calcolo di limiti che coinvolgono forme indeterminate con la formula di Taylor.

## • INTEGRALI.

- Integrali: il metodo di esaustione per il calcolo dell'area sottesa dal segmento di parabola. Definizione dell'integrale definito di una funzione continua come area (con segno) sottesa al grafico della funzione. Definizione in termini delle somme di Riemann. Proprietà elementari degli integrali: linearità, proprietà "distributiva", ordinamento. Teorema della media integrale.
- Primitiva di una funzione: definizione. Il teorema fondamentale del calcolo integrale. La formula fondamentale del calcolo integrale. Integrali definiti e indefiniti. Calcolo delle primitive delle funzioni elementari: potenza, esponenziale, logaritmo, funzioni trigonometriche.
- Metodi di integrazione per decomposizione in somma, per parti, per sostituzione. Integrale delle funzioni razionali.

### Testo principale di riferimento:

- P. Marcellini, C. Sbordone: *Calcolo*, Liguori Editore.

### Testi di riferimento aggiuntivi (Complementi ed Esercizi):

- M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa: *Matematica - Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, Zanichelli.
- D. Esposito, M. Degli Esposti, C. Maffei: *Matematica per le scienze della vita*, Ed. Ambrosiana.
- N. Piskunov: *Calcolo differenziale e integrale*, Vol. primo, Ed. riuniti.
- S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica - Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, Zanichelli.
- P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di matematica*, vol. primo, parti prima e seconda, Ed. Liguori.
- B. P. Demidovic: *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*, Editori Riuniti.