

Nome:

Cognome:

Matricola:

SECONDO APPELLO – 15 FEBBRAIO 2010

- Motivare il lavoro svolto
- È vietato l'uso di calcolatrici, libri e appunti

Esercizio 1. Rispondere alle seguenti domande.

1. Determinare il dominio di definizione di $f(x) = \sqrt{\frac{\log(1-x)}{x^2+2x}}$.

2. Calcolare la matrice inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ e verificare che la matrice trovata sia effettivamente l'inversa di A , eseguendo il prodotto $A \cdot A^{-1} = I$.

3. Siano $\vec{v} = \begin{pmatrix} k \\ k \end{pmatrix}$ e $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1-k \\ 1+k \end{pmatrix}$. Determinare un valore di k per cui \vec{v} e \vec{u} formano un angolo di $\pi/3$.

4. Determinare il massimo di $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ sull'intervallo $[0, 1]$.

5. Stabilire se la funzione $f(x) = 2x - x^2$ è invertibile su $[0, 1]$ e, se sí, determinarne l'inversa.

6. Determinare una primitiva di $f(x) = \sin x \cdot \cos x$.

Esercizio 2.

1. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{\frac{n^2-1}{n+1}} .$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\log(x^2 - 2x + 2)}{x^3 - 3x^2 + 3x - 3} .$$

3. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^4} - 1}{[1 - \cos(x^2)] \cdot \sin(x^2)} .$$

Esercizio 3.

Siano: $f(x) = \tan(x^3)$, $g(x) = \log(e + 2ex^2)$ e $h(x) = 1 + 2x^2 - x^3 + 7x^6(1 - x^9)$.

1. Calcolare lo sviluppo di Taylor del terz'ordine in $x_0 = 0$ di $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$.
2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x) - h(x)}.$$

Esercizio 4.

Sia

$$f(x) = x - \sqrt{x - x^2}.$$

Si studi $f(x)$ (dominio, segno, asintoti orizzontali, verticali e obliqui, derivata, massimi e minimi relativi, massimi e minimi assoluti) e se ne disegni il grafico.

Esercizio 5.

1. Calcolare

$$\int_0^1 \frac{x - 8x^4}{4x^2 + 4x + 1} dx .$$

2. Calcolare

$$\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cos x dx .$$