

Esercizi - terza settimana (15-19 ottobre 2018)

Corso di Matematica I per Geologia

1. Si consideri la funzione composta $f(x) = \log(x^3 - x)$ ($f(x) = f_1(f_2(x))$), con $f_1(x) = \log_{10} x$ e $f_2(x) = x^3 - x$. Se ne determini il dominio, e si riconosca che consiste dell'unione di due intervalli, uno finito e uno infinito. Si riconosca che sulla componente infinita del dominio la funzione è invertibile: se ne disegni qualitativamente il grafico e si disegni qualitativamente il grafico della funzione inversa. [Suggerimento: si inizi a studiare il grafico della funzione $f_2(x)$; a tal scopo, si fattorizzi $f_2(x)$, se ne studi il segno e si determinino le regioni in cui la funzione è crescente, notando che se una funzione è prodotto di funzioni crescenti positive, allora è crescente.]
2. Si consideri la funzione composta $f(x) = e^{x^2-x-2}$ ($f(x) = f_1(f_2(x))$), con $f_1(x) = e^x$ e $f_2(x) = x^2 - x - 2$. Si disegni il grafico qualitativo di $f(x)$ e si identifichino gli insiemi su cui f è monotona. Si scelga uno di questi insiemi, si disegni qualitativamente il grafico della funzione inversa, e se ne calcoli analiticamente l'espressione.
3. Si consideri la funzione $f(x) = 1 + \operatorname{tg}^2(x - \pi/4)$. Se ne determini il dominio, e si scelga un sottoinsieme del dominio su cui f è crescente. Su tale sottoinsieme, si disegni qualitativamente il grafico di f , della sua inversa, e si calcoli analiticamente l'inversa.
4. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{3 - 2x - x^2}$. Se ne determini il dominio, e si scelga un sottoinsieme del dominio su cui f è monotona. Su tale sottoinsieme, si disegni qualitativamente il grafico di f , della sua inversa, e si calcoli analiticamente l'inversa.
5. Una soluzione acquosa ha una concentrazione di ioni H^+ che varia nel tempo con una legge a potenza at^α , di cui non si conosce a priori l'esponente α . Per calcolare α si eseguono misure del pH della soluzione (si ricorda che il pH di una soluzione con concentrazione x di ioni H^+ ha pH uguale a $-\log_{10}(\gamma x)$, con γ una costante che dipende dalla scelta del soluto e del solvente) a diversi istanti di tempo. Tali misure indicano che agli istanti $t_1 = 1$ min, $t_2 = 10$ min, $t_3 = 1$ ora, $t_4 = 10$ ore, $t_5 = 24$ ore, $t_6 = 10$ giorni, il pH della soluzione è, rispettivamente, 6.2, 5.8, 5.5, 5.1, 4.9, 4.5 (le misure sono effettuate con due cifre significative). [Suggerimento: si determini la funzione $f(\log_{10} t)$ che rappresenta il pH all'istante t , con t misurato in minuti. Si disegni il grafico qualitativo di $f(z)$, e lo si confronti con il grafico dei punti sperimentali; si determini α da tale confronto e dalla formula esplicita di f .]