Esercizi - ottava settimana (26-30 novembre 2018)
Corso di Matematica I per Geologia

Per alcuni degli esercizi successivi, si tenga conto che l'integrale di una combinazione lineare è uguale alla combinazione lineare degli integrali: se c_1 e c_2 sono costanti,

$$\int (c_1 f(x) + c_2 g(x))dx = c_1 \int f(x)dx + c_2 \int g(x)dx.$$

Nel seguito, sarà inoltre usata la convenzione per cui, se $a < b$,

$$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx,$$

i.e., l'integrale definito con gli estremi 'nell'ordine sbagliato' è uguale all'opposto dell'integrale con gli estremi 'nell'ordine giusto'.

1. Determinare le primitive delle funzioni $f_1(x) = 4x - 3$, $f_2(x) = x^{1/5} - 1$, $f_3(x) = x^2 + 3x - e^x$, $f_4(x) = 2\sin x - \cos x$, che valgono 0 nel punto $x = 2$.

2. Si disegni il grafico di $f(x) = |x - 1|$ e si calcoli $A(x) = \int_0^x f(z)dz$ usando la definizione in termini di area sotto il grafico della funzione. Si verifichi a posteriori che $A(x)$ è una primitiva di $f(x)$.

3. Un corpo si muove su un tratto rettilineo con velocità $v(t) = 3t^2 - 2t - 1$ misurata in metri al secondo.

- Determinare la variazione di posizione (posizione finale meno posizione iniziale) nell'intervallo $[0, 5]$.
- Determinare lo spazio totale percorso dal corpo.
- Determinare la velocità media del corpo (variazione di posizione totale diviso tempo trascorso).

4. Si determinino i punti di flesso di $f(x) = \int_0^x e^{t^2 - 2t^4} dt$, nonchè le regioni in cui il grafico di f ha concavità rivolta verso l'alto o verso il basso.

5. Si determinino i valori di b per cui $\int_0^b (2x - 2) = 1$.

6. Si disegni il grafico delle due funzioni $f(x) = 5 - 2x$ e $g(x) = x^2 - 2x + 1$. Si riconosca che esiste una regione finita compresa tra i due grafici e se ne calcoli l'area.

7. Si calcolino i seguenti integrali definiti:

$$\int_1^8 (x^{5/2} - \sqrt{x} + \frac{2}{x})dx,$$
$$\int_0^{\pi/4} (\sin x - 3\cos x)dx,$$
$$\int_1^2 (e^x + 2^x - 10^{-x})dx,$$
$$\int_0^2 |x^2 + 2x - 3|dx.$$