

**Primo esonero - prova di recupero (18 febbraio 2019)**

Corso di Matematica I per Geologia

1. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1-\cos x} - e^{\sin^2 x}}{1 - \cos x}.$$

2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 1}.$$

In particolare: (1) se ne determini il dominio; (2) se ne studi il segno; (3) se ne determini il comportamento ai bordi del dominio; (4) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (5) se ne identifichino i massimi e i minimi relativi. Infine, se ne disegni il grafico.

3. Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx.$$

4. Dati i due vettori nello spazio  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,

1. si calcoli il prodotto scalare tra di essi;
2. si calcoli l'angolo tra essi compreso;
3. si calcoli la proiezione di  $\vec{u}$  sulla direzione determinata da  $\vec{v}$ ;
4. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
5. si esibisca un vettore  $\vec{w}$  ortogonale sia a  $\vec{u}$  che a  $\vec{v}$  e si discuta se  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  sono o no linearmente indipendenti.

5. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. si stabilisca se esiste l'inversa  $A^{-1}$  e, in caso, la si calcoli;
2. si calcolino gli autovalori di  $A$ ;
3. si determinino gli autovettori di  $A$ ;
4. si esibisca un autovettore di  $A^4$  e si determini il corrispondente autovalore.