

## Esercizi di riepilogo (31 dicembre 2018)

Corso di Matematica I per Geologia

1. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+1}{x} - \frac{1}{\log(x+1)} \right).$$

2. Si determini il minimo della funzione

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{x^2}$$

e si identifichi il punto in cui viene assunto.

3. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 3}}{x}.$$

In particolare: (1) se ne determini il dominio; (2) se ne studi il segno; (3) se ne determini il comportamento ai bordi del dominio, e si identifichino eventuali asintoti orizzontali o verticali; (4) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente. Infine, se ne disegni il grafico.

4. Si calcoli l'integrale definito

$$\int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^2 + 1} dx.$$

5. Dati i due vettori nello spazio  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  e  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

1. si calcoli il prodotto scalare tra di essi;
2. si calcoli il coseno dell'angolo tra essi compreso;
3. si calcoli la proiezione di  $\vec{u}$  sulla direzione determinata da  $\vec{v}$ ;
4. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
5. si trovi un vettore perpendicolare ad entrambi;
6. si stabilisca se  $\vec{u}, \vec{v}$  e  $\vec{w}$ , con  $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} + 3\vec{u} - \vec{v}$  costituiscono una terna di vettori linearmente indipendenti.

6. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

1. Si calcoli il determinante di  $A$ . La matrice  $A$  è invertibile?
2. Si calcoli il determinante di  $A^3$ .
3. Se  $A$  è invertibile, si calcoli la matrice inversa  $A^{-1}$  e si verifichi che  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ .
4. Si determinino autovalori e autovettori di  $A$ .
5. Si ricavino autovalori e autovettori di  $A^{-1}$  e di  $A^3$ .