

Esercizi di riepilogo (7 gennaio 2018)
Corso di Matematica I per Geologia

1. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2^x + 3)}{\sqrt{3x^2 - x - 2}}.$$

2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 e^x}{x - 1}.$$

In particolare: (1) se ne determini il dominio; (2) se ne studi il segno; (3) se ne determini il comportamento ai bordi del dominio, e si identifichino eventuali asintoti orizzontali o verticali; (4) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (5) si identifichino eventuali massimi e minimi relativi. Infine, se ne disegni il grafico.

4. Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x}{x^4 + 3x^2 + 2} dx.$$

5. Dati i due vettori nel piano $\vec{u} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$,

1. li si disegni sul piano cartesiano;
2. si calcoli e si disegni il vettore $2\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$;
3. si calcoli il prodotto scalare tra di essi;
4. si calcoli l'angolo φ tra essi compreso;
5. si calcoli la proiezione di \vec{u} sulla direzione determinata da \vec{v} ;
6. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
7. si scriva l'equazione della retta passante per il punto $P = (1, 0)$ e parallela a \vec{u} ;
8. si calcoli la distanza della retta ricavata al punto precedente dall'origine.

6. Date le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

1. si calcoli la matrice $M = A + B$;
2. si calcolino le matrici AB e BA e si verifichi che $AB \neq BA$;
3. si determinino gli autovalori e autovettori di M ;
4. si verifichi che gli autovettori indipendenti sono tra loro ortogonali e se ne spieghi il motivo;
5. si determinino gli autovalori e autovettori di M^2 .