

**Esercizi di riepilogo (8 gennaio 2018)**  
Corso di Matematica I per Geologia

1. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 + x}}{x^3}.$$

2. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^4 - 2x^2 + 2}.$$

In particolare: (1) se ne determini il dominio; (2) se ne studi il segno; (3) se ne determini il comportamento ai bordi del dominio, e si identifichino eventuali asintoti orizzontali o verticali; (4) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente; (5) si identifichino eventuali massimi e minimi relativi. Infine, se ne disegni il grafico.

3. Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx.$$

4. Dati i due vettori nello spazio  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,

1. si calcoli il vettore  $3\vec{u} + 2\vec{v}$ ;
2. si calcoli il prodotto scalare tra di essi;
3. si calcoli l'angolo  $\varphi$  tra essi compreso;
4. si calcoli la proiezione di  $\vec{u}$  sulla direzione determinata da  $\vec{v}$ ;
5. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
6. si scriva l'equazione del piano passante per l'origine e parallelo ai due vettori  $\vec{u}, \vec{v}$ ;
7. si calcoli la distanza del punto  $P = (0, 1, 0)$  da tale piano;
8. si determini un vettore ortogonale sia a  $\vec{u}$  che a  $\vec{v}$ ;
9. si discuta se  $\vec{u}, \vec{v}$  e  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  sono linearmente indipendenti.

5. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

1. se ne calcoli il determinante;
2. si discuta se esiste la matrice inversa  $A^{-1}$  e, in caso, la si calcoli;
3. se ne determinino gli autovalori, calcolando le radici del polinomio  $P(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ ;

4. se ne calcolino gli autovettori;
5. si determinino gli autovalori e autovettori di  $A^2$ .