Esercizi - seconda settimana (7-11 ottobre 2019)
Corso di Matematica I per Geologia

1. Si scrivano le equazioni parametriche e cartesiane della retta nel piano passante per il punto P di coordinate $(0,3)$ e ortogonale alla retta di equazione $y = x/2$.

2. Si scrivano le equazioni parametriche e cartesiane della retta nello spazio passante per il punto P di coordinate $(1,0,-1)$ e ortogonale al piano di equazione $2x + 3y = 0$.

3. Si trovi la distanza d del punto $P = (3,2)$ dalla retta r di equazione $y - x + 4 = 0$.

4. Si calcoli la distanza d del punto $P = (2,-3,4)$ dal piano π di equazione $x + 2y + 2z = 13$.

5. Dati $P = (1,0,0)$ e $Q = (0,-1,1)$, si calcoli l'area del triangolo di vertici OPQ e si scriva l'equazione del piano identificato dai vettori $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$.

6. Siano $\vec{v} = (1,-3,2)$ e $\vec{w} = (-1,2,2)$. Si calcolino:

1. la lunghezza di $\vec{v}$ e di $\vec{w}$;
2. il versore $\hat{v}$ con la stessa direzione e lo stesso verso di $\vec{v}$;
3. il versore $\hat{w}$ con la stessa direzione e lo stesso verso di $\vec{w}$;
4. il prodotto scalare $\vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{w})$;
5. il prodotto vettoriale $\vec{v} \times \vec{w}$;
6. l'area A del parallelogramma di vertici $\vec{0}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{v} + \vec{w}$.

7. Dati i due vettori nello spazio $\vec{u} = (0,1,0)$ e $\vec{v} = (2,1,2)$,

1. si calcoli la proiezione di $\vec{u}$ sulla direzione determinata da $\vec{v}$;
2. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
3. si esibisca un vettore $\vec{w}$ ortogonale sia a $\vec{u}$ che a $\vec{v}$ e si discuta se $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sono o no linearmente indipendenti.

8. Siano dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1,2,0)$ e $\vec{w} = (1,0,2)$.

1. Si determino i vettori $\vec{a} = \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{b} = 3\vec{v} - \vec{w}$;
2. Si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;
3. Si determini l'angolo ϕ compreso tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$;
4. Si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \times \vec{w}$.
5. Si discuta se i vettori $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{a}$ sono linearmente indipendenti.

9. Siano dati i due vettori nello spazio $\vec{v} = (1, 5, 2)$ e $\vec{w} = (0, 3, -1)$.

1. Si determini il vettore $\vec{a} = 2\vec{v} - 5\vec{w}$;
2. Si calcoli il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$;
3. Si determini l'angolo ϕ compreso tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$;
4. Si calcoli il prodotto vettoriale $\vec{v} \times \vec{w}$ e si dimostri che $\vec{a} \times \vec{v} = 5\vec{v} \times \vec{w}$.
5. Si discuta se i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$ sono linearmente indipendenti. Si discuta inoltre se $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{a}$ siano linearmente indipendenti.

10. Dati i due vettori nello spazio $\vec{u} = (1, -1, 1)$ e $\vec{v} = (2, 0, -1)$,

1. si calcoli il vettore $3\vec{u} + 2\vec{v}$;
2. si calcoli il prodotto scalare tra di essi;
3. si calcoli l'angolo φ tra essi compreso;
4. si calcoli la proiezione di $\vec{u}$ sulla direzione determinata da $\vec{v}$;
5. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
6. si scriva l'equazione del piano passante per l'origine e parallelo ai due vettori $\vec{u}, \vec{v}$;
7. si calcoli la distanza del punto $P = (0, 1, 0)$ da tale piano;
8. si determini un vettore ortogonale sia a $\vec{u}$ che a $\vec{v}$;
9. si discuta se $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w} = (1, 1, 1)$ sono linearmente indipendenti.