

Esercizi - quarta settimana (21-25 ottobre 2019)
Corso di Matematica I per Geologia

1. Si consideri il sistema lineare a tre incognite

$$A = \begin{cases} x + 2z = 1 \\ 3x + y = 0 \\ x + z = -2 \end{cases}$$

1. Si riscriva il sistema in forma matriciale, $A\vec{u} = \vec{v}$, dove $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Chi sono A e \vec{v} ?
2. Si calcoli il determinante di A e si stabilisca se è invertibile. Corrispondentemente, si discuta se il sistema ammette soluzione unica, se non ammette soluzione o se ne ammette infinite.
3. In caso il sistema ammetta soluzione, la si ricavi (o le si ricavino, in caso le soluzioni fossero infinite).

2. Si consideri la matrice A dell'esercizio precedente. Se ne calcolino autovalori ed autovettori.

3. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Si calcoli il determinante di A . La matrice A è invertibile? Se sì, se ne calcoli l'inversa.
2. Si determinino autovalori e autovettori di A . Si verifichi che A ammette due autovettori ortogonali.
3. Si diagonalizzi A , ovvero si trovi una matrice Q invertibile, tale che $A = QDQ^{-1}$, con D la matrice diagonale i cui elementi sulla diagonale principale sono gli autovalori di A .

4. Come l'esercizio precedente, per la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Come i due esercizi precedenti, per la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Si calcoli il determinante di A . La matrice A è invertibile?
2. Si calcoli la matrice inversa A^{-1} . Si verifichi che $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$.
3. Si calcoli A^2 e se ne calcoli il determinante.
4. Determinare autovalori ed autovettori di A .
5. Si esibisca un autovettore di A^3 e se ne determini il corrispondente autovalore.