

Esercizi - quinta settimana (28 ottobre - 1 novembre 2019)

Corso di Matematica I per Geologia

1. Si determinino dominio e immagine della funzione $f(x) = \sqrt{1/2 + \sin x}$.
2. Si determinino dominio e immagine della funzione $f(x) = \sqrt[4]{4 - x^2}$.
3. Si determini il dominio della funzione $f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 4x + 5}{x^2 - 6x + 3}\right)$.
4. Si consideri la funzione $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ definita da $f(x) = 2\sqrt{x} - x$. Si discuta se tale funzione è invertibile e, in caso, se ne calcoli l'inversa.
5. Si consideri la funzione composta $f(x) = \log_{10}(x^3 - x)$ ($f(x) = f_1(f_2(x))$), con $f_1(x) = \log_{10} x$ e $f_2(x) = x^3 - x$. Se ne determini il dominio, e si riconosca che consiste dell'unione di due intervalli, uno finito e uno infinito. Si riconosca che sulla componente infinita del dominio la funzione è invertibile: se ne disegni qualitativamente il grafico e si disegni qualitativamente il grafico della funzione inversa. [Suggerimento: si inizi a studiare il grafico della funzione $f_2(x)$; a tal scopo, si fattorizzi $f_2(x)$, se ne studi il segno e si determinino le regioni in cui la funzione è crescente, notando che se una funzione è prodotto di funzioni crescenti positive, allora è crescente.]
6. Si consideri la funzione composta $f(x) = e^{x^2 - x - 2}$ ($f(x) = f_1(f_2(x))$), con $f_1(x) = e^x$ e $f_2(x) = x^2 - x - 2$. Si disegni il grafico qualitativo di $f(x)$ e si identifichino gli insiemi su cui f è monotona. Si scelga uno di questi insiemi, si disegni qualitativamente il grafico della funzione inversa, e se ne calcoli analiticamente l'espressione.
7. Si consideri la funzione $f(x) = 1 + \operatorname{tg}^2(x - \pi/4)$. Se ne determini il dominio, e si scelga un sottoinsieme del dominio su cui f è crescente. Su tale sottoinsieme, si disegni qualitativamente il grafico di f , della sua inversa, e si calcoli analiticamente l'inversa.
8. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{3 - 2x - x^2}$. Se ne determini il dominio, e si scelga un sottoinsieme del dominio su cui f è monotona. Su tale sottoinsieme, si disegni qualitativamente il grafico di f , della sua inversa, e si calcoli analiticamente l'inversa.