

Esercizi - settima e ottava settimana (18-22 e 25-29 novembre 2019)
 Corso di Matematica I per Geologia

1. Ordinare le seguenti coppie di funzioni per ordine di divergenza, per $x \rightarrow +\infty$:

$$x \text{ e } 1000 \cdot x; \quad 10^6 \cdot x \text{ e } x^2; \quad \ln x \text{ e } \ln(200000 \cdot x); \quad e^x \text{ e } e^{2x}; \quad x^{10} \text{ e } 2^x; \quad (\ln x)^5 \text{ e } \sqrt{x};$$

$$(\ln x)^{100} \text{ e } (1.01)^x; \quad x^x \text{ e } e^{x^2}; \quad x^{\ln x} \text{ e } (\ln x)^x; \quad x + (\ln x)^2 \text{ e } \ln(x + 2^x).$$

2. Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ delle seguenti funzioni:

$$x^3 + x^2; \quad x\sqrt{x^2 + 2x^4} - x^2; \quad \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}; \quad \sin x - \tan x; \quad \tan x\sqrt{\sin x}; \quad \ln[(1+x)^x].$$

3. Si considerino le seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}, \quad f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}, \quad f(x) = \frac{1+x^2}{x},$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-4}, \quad f(x) = \ln(3+x^2) - \ln(x^2),$$

Per ognuna di esse, se ne disegni il grafico qualitativo, procedendo come segue: si identifichi il dominio di definizione, si faccia uno studio del segno della funzione, si determini il comportamento ai bordi del dominio, si studino le proprietà di monotonia in termini del segno della derivata, e si identifichino eventuali minimi e massimi locali.

4. Si calcolino i seguenti limiti:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2x)}{\ln(3x)},$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x,$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2\sqrt{x}}{3x + \sqrt{x}},$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 2\sqrt{x}}{3x + \sqrt{x}},$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}},$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}},$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1},$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x - 1} - x \right),$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\sqrt{x}} - e^{\sqrt{x^2-1}},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^x}{x},$
$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{1/x},$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^x,$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x},$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/x},$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 [\log_2(x^2 + 2) - 2 \log_2 x],$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + 2e^x) - x,$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x)^x,$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^x)^{-x}.$