

Esercizi di riepilogo (23 dicembre 2019)

Corso di Matematica I per Geologia

1. Dati i due vettori nello spazio $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,

1. si calcoli il prodotto scalare tra di essi;
2. si calcoli il coseno dell'angolo tra essi compreso;
3. si calcoli la proiezione di \vec{u} sulla direzione determinata da \vec{v} ;
4. si calcoli l'area del parallelogramma da essi individuato;
5. si trovi un vettore perpendicolare ad entrambi;
6. si stabilisca se \vec{u}, \vec{v} e \vec{w} , con $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} + 3\vec{u} - \vec{v}$ costituiscono una terna di vettori linearmente indipendenti.

2. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

1. Si calcoli il determinante di A . La matrice A è invertibile?
2. Si calcoli il determinante di A^3 .
3. Se A è invertibile, si calcoli la matrice inversa A^{-1} e si verifichi che $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$.
4. Si determinino autovalori e autovettori di A .
5. Si ricavino autovalori e autovettori di A^{-1} e di A^3 .

3. Si identifichi un intervallo (eventualmente infinito) su cui la funzione $f(x) = e^{-1/x^2}$ è invertibile, e se ne calcoli la corrispondente funzione inversa.

4. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{\log(x+1)} \right).$$

5. Si determini il minimo della funzione

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{x^2}$$

e si identifichi il punto in cui viene assunto.

6. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 3}}{x}.$$

In particolare: (1) se ne determini il dominio; (2) se ne studi il segno; (3) se ne determini il comportamento ai bordi del dominio, e si identifichino eventuali asintoti orizzontali o verticali; (4) si discuta dove la funzione è crescente o decrescente. Infine, se ne disegni il grafico.