

IN440 Informatica 5: Ottimizzazione Combinatoria

A.A. 2013/2014

Prof. Marco Liverani

Algoritmi su grafi e reti di flusso

1. Teoria dei grafi

Grafo, grafo orientato, albero, albero libero e con radice, connessione, connessione forte, aciclicità; isomorfismi tra grafi, planarità, Teorema di Kuratowski, formula di Eulero; colorazione di grafi, numero cromatico, polinomio cromatico; cammini euleriani, circuiti hamiltoniani.

2. Teoria degli algoritmi e dell'ottimizzazione

Richiami sugli algoritmi e sulla programmazione strutturata; complessità computazionale di un algoritmo, classi di complessità per problemi, le classi P, NP, NP-completo, NP-hard; problemi di decisione, di ricerca, di enumerazione e di ottimizzazione; problemi di programmazione non lineare, di programmazione convessa, di programmazione lineare e di programmazione lineare intera; problemi di ottimizzazione combinatoria.

Richiamo sugli elementi di calcolo combinatorio, algoritmi per la generazione dell'insieme delle parti di un insieme finito, calcolo delle permutazioni e delle combinazioni degli elementi di un insieme, calcolo del coefficiente binomiale; il problema dei "quadrati latini" e il gioco del Sudoku; un algoritmo ricorsivo per la soluzione del gioco.

3. Problemi di ottimizzazione su grafi e reti di flusso

Visita di grafi, verifica di proprietà fondamentali di un grafo: connessione, connessione forte, presenza di cicli. Ordinamento topologico di un grafo orientato aciclico.

Alberi binari di ricerca: definizione, rappresentazione, applicazioni, algoritmi per le operazioni di inserimento, ricerca, ordinamento, ricerca del minimo e del massimo.

Il problema della costruzione di un albero ricoprente di peso minimo (*minimum spanning tree*), algoritmo di Kruskal, algoritmo di Prim, formulazione del problema in termini di Programmazione Lineare Intera.

Ricerca di cammini minimi su un grafo pesato; cammino minimo con sorgente singola, algoritmo di Dijkstra, algoritmo di Bellman-Ford; cammino minimo tra tutte le coppie di vertici del grafo, algoritmi di programmazione dinamica, algoritmo di Floyd-Warshall, calcolo della chiusura transitiva di un grafo.

Reti di flusso e calcolo del flusso massimo su una rete, Teorema del flusso massimo e taglio minimo, algoritmo di Ford-Fulkerson, algoritmo di Edmonds-Karp, algoritmi di preflusso, algoritmi “push-relabel”.

Problemi di partizionamento di grafi, alberi e cammini, problemi per il partizionamento ottimo di alberi e cammini in p componenti connesse, funzioni obiettivo, tecniche algoritmiche per la soluzione di questa classe di problemi (programmazione dinamica, programmazione lineare, *shifting*).

Problema del matrimonio stabile (*stable marriage problem*), definizione del problema e del criterio di stabilità del matching, applicazioni, algoritmo di Gale e Shapley.

Codici di Huffman, definizione del problema, presentazione dell'algoritmo per la costruzione del codice, esempi.

Algoritmi approssimati per problemi NP-completi, definizione di rapporto di approssimazione e algoritmi $\rho(n)$ -approssimati; esempi applicati ai problemi *Vertex Cover* e *Set Cover*.

Laboratorio di programmazione per l'implementazione degli algoritmi mediante programmi in linguaggio C in ambiente GNU/Linux e con il software Matematica.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] T. H. CORMEN, C. E. LEISERSON, R. L. RIVEST, C. STEIN, *Introduzione agli algoritmi*. McGraw–Hill, (Terza edizione, 2010).
 [2] M. LIVERANI, *Dispense del corso IN440 – Ottimizzazione Combinatoria*. (2014).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] C. H. PAPADIMITRIOU, K. STEIGLITZ, *Combinatorial Optimization. Algorithms and Complexity*. Dover Publications, (1998).
 [4] R. J. TRUDEAU, *Introduction to Graph Theory*. Dover Publications, (1993).
 [5] R. DIESTEL, *Graph Theory*. Springer, (2000).
 [6] D. E. KNUTH, *Stable Marriage and Its Relation to Other Combinatorial Problems*. AMS, (1997).
 [7] S. PEMMARAJU, S. SKIENA, *Computational Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica*. Cambridge University Press, (2003).
 [8] A. KELLEY, I. POHL, *C, didattica e programmazione*. Pearson – Addison Wesley, (Quarta edizione, 2004).
 [9] M. LIVERANI, *Qual è il problema? Metodi, strategie risolutive, algoritmi*. Mimesis, (2005).
 [10] M. LIVERANI, *Programmare in C*. Esculapio, (Seconda edizione, 2013).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

L’esame orale, in cui sono discussi alcuni degli algoritmi trattati nel corso, è preceduto dalla discussione di una tesina scritta, su un argomento assegnato dal docente, in cui è richiesto, tra l’altro, di implementare in linguaggio C un algoritmo tratto da un articolo scientifico di ricerca nell’ambito dell’ottimizzazione combinatoria.

Per informazioni di maggiore dettaglio sugli argomenti trattati nel corso, per ulteriori indicazioni bibliografiche e per scaricare le dispense distribuite durante le lezioni, si deve fare riferimento al sito web del corso disponibile all’indirizzo <http://www.mat.uniroma3.it/users/liverani/IN440/>.