Cognome e nome________________________________

Nickname __________________________________________

Am1 secondo esonero

10 gennaio 2006

**Esercizio 1.**

Calcolare il limite della seguente successione

$$\lim_{n\to\infty} \frac{ne^{\log_2 n}}{(1+n)|\arctan n|}$$

Dimostrare, usando la definizione di limite, che

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^3}{n+1} = +\infty$$

Cognome e nome________________________________

Nickname ________________________________________

Am1 secondo esonero
10 gennaio 2006

**Esercizio** 2.

Studiare il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 e^{n^2 x}}{\log\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$$

Cognome e nome________________________________

Nickname ________________________________________

Am1 secondo esonero

10 gennaio 2006

**Esercizio** 3.

Calcolare massimo e minimo limite della seguente successione (giustificare le affermazioni)

$$a_n = (1^{2n} + (-1)^n)2^n$$

Cognome e nome________________________________
Nickname ________________________________________

Am1 secondo esonero
10 gennaio 2006

**Esercizio** 4.
Dimostrare ENTRAMBE LE PROPOSIZIONI SEGUENTI:

**Teorema 0.0** *Una successione $a_n$ é convergente se e solo se é una successione di Cauchy*

Ricordiamo che si definisce successione di Cauchy una successione per cui

$$\forall \varepsilon > 0 \exists\ \nu \in \mathbb{R} : \forall n, m > \nu,\ |a_n - a_m| < \varepsilon.$$

**Teorema 0.1** *(Criterio del rapporto per serie a termini positivi) Sia $\sum a_n$ una serie a termini positivi, e supponiamo che risulti*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L.$$

*Se $L < 1$ la serie $\sum a_n$ converge, mentre se $L > 1$ la serie $\sum a_n$ diverge.*