Soluzioni del IX tutorato di analisi matematica 1a

Gabriele Nocco Stefano Urbinati

5 dicembre 2005

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{\sin n}{n}\right)^{n^2}$ Sol: e

b) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+3}{n^2+1}\right)^{n^3}$ Sol: $+\infty$

c) $\lim_{n\to\infty}(n^2+2n)\sin\left(\frac{1}{3n^2+7}\right)$ Sol: $1/3$

d) $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\log\left[\left(\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}^n}\right]}$ Sol: $+\infty$

e) $\lim_{n\to\infty}\frac{\ln\left[\left(\frac{n+2}{n^2}\right)e^{n-1}\right]}{2n}$ Sol: $1/2$

Esercizio 2. Utilizzando il criterio del rapporto, stabilire il carattere delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{\infty}2^n n$ Sol: divergente (ricordate sempre di verificare la condizione necessaria... in questo caso a_n non converge a 0!)

b) $\sum_{n=1}^{\infty}n2^{-n}$ Sol: convergente

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{4^n}$ Sol: convergente

d) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$ Sol: convergente

Esercizio 3. Utilizzando il criterio della radice, stabilire il carattere delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{\infty}n^{-n}$ Sol: convergente

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n$ Sol: convergente

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2+3n1}\right)^n$ Sol: divergente

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\log n}{n}\right)^n$ Sol: convergente

Esercizio 4. Dire se le seguenti serie convergono:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+2}$ Sol: convergente per Leibniz

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n+1}$ Sol: convergente (come $\frac{1}{n^2}$)

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ Sol: convergente

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$ Sol: convergente

Esercizio 5. Dire per quali x le seguenti serie sono convergenti:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ Sol: $\forall x : |x| \neq 1$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1+x}{1+nx}\right)^n$ Sol: $x \neq 0$