

Simulazione di esonero di AM1c

Un consiglio: fatelo da soli e senza libri in tre ore, altrimenti che simulazione sarebbe??

Giustificare tutte le affermazioni

Esercizio 1.

Data la funzione integrale

$$f(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \arctan^2 t \, dt$$

determinarne: insieme di esistenza, limiti a zero e all'infinito, massimi e minimi relativi, stabilire inoltre se é una funzione pari. Infine tracciarne un grafico approssimativo.

Esercizio 2.

Calcolare il seguente limite utilizzando la formula di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2 + \log(1 + 4x^3)}{\arctan(2x) - 2x + \sin^2(x(1 - \cos x))}$$

Esercizio 3.

(a) Trovare il piú piccolo intero n per il quale il seguente integrale improprio converge:

$$\int_2^{+\infty} \frac{x}{(\sqrt{x^2 + 3})^n} dx$$

(b) Stabilire per quali α il seguente integrale improprio converge:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(\sin \alpha x - x)^2}{(1 - \cos x)^3 \cdot \log x} dx$$

Esercizio 4.

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^4 \frac{4 - x}{x^2 + 6x + 8} dx; \quad \int \frac{1}{\tan x + \cos x} dx$$

Esercizio 5.

Dimostrare i seguenti teoremi:

Teorema 0.0 *Siano $f(x)$ e $g(x)$ funzioni integrabili in $[a, b]$. Dimostrare che $f + g$ é integrabile in $[a, b]$ e che*

$$\int_a^b (f + g) dx = \int_a^b (f) dx + \int_a^b (g) dx$$

Teorema 0.1 *Sia $f(x)$ una funzione continua e limitata in $[a, b)$. La funzione $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ é derivabile e si ha $F'(x) = f(x)$.*