

Cognome e nome _____

Nickname _____

SECONDO ESONERO DI AM1
9 GENNAIO 2007

Non si possono consultare testi o appunti, né usare calcolatrici di alcun genere.

Esercizio 1.

Calcolare i seguenti limiti di successioni. Se si fa uso dei limiti notevoli specificare quali.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n} \right)^{n^3} \left(\frac{\sqrt{2n+2}}{n^{\frac{1}{2}}} \right); \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(1 - \cos \frac{3}{n} \right) \frac{3}{\pi^2} \arctan n^2$$

Cognome e nome _____

Nickname _____

SECONDO ESONERO DI AM1
9 GENNAIO 2007

Esercizio 2.

Calcolare massimo e minimo limite della seguente successione

$$a_n = \left(n \cdot \frac{4}{\pi} \arctan(-1)^n\right) - n$$

Cognome e nome _____

Nickname _____

SECONDO ESONERO DI AM1
9 GENNAIO 2007

Esercizio 3.

Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2}{\pi} \arctan \frac{1}{n}; \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 10}}{n^4 - 18n + 7}$$

Cognome e nome _____

Nickname _____

SECONDO ESONERO DI AM1
9 GENNAIO 2007

Esercizio 4.

Studiare il comportamento della serie seguente al variare del parametro reale x , $x \neq 0, 1$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos \frac{x}{n} + 2}{\ln(|x|^{n^2})}$$

Cognome e nome _____

Nickname _____

SECONDO ESONERO DI AM1
9 GENNAIO 2007

Esercizio 5.

Dimostrare i seguenti teoremi:

Theorem 0.0 *Sia a_n una successione crescente. Allora esiste il limite della successione e si ha*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sup_{n \in \mathbf{N}} a_n.$$

Theorem 0.1 *Condizione necessaria affinché una serie $\sum a_n$ converga é che*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$