Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche 2 - Esonero del 30 Maggio 2009

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Giulio Caciotta, Michele Cascarano.

NOME:________________ COGNOME:________________ MATRICOLA: ______

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1. Data la superficie quadrica di equazione

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} + z = 0$$

(i) tracciarne uno schizzo in $\mathbf{R}^3$.

(ii) Una superficie quadrica ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati:
con il piano $z = 0$ la curva $2x^2 + y^2 - 1 = 0$, con il piano $y = 0$ la curva $2x^2 - z - 1 = 0$.

-Scrivere l'equazione della quadrica

- Dire di che tipo di quadrica si tratta

- Tracciarne uno schizzo in $\mathbf{R}^3$

Esercizio 2. Data la superficie in $\mathbf{R}^3$ di equazione

$$z = \frac{1}{3x^2 + 3y^2}.$$

Parte I

1. Determinare l'insieme di esistenza;

2. disegnare le curve di livello per $z = \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 10$;

3. disegnare le sezioni per $x = 0$ e $y = 0$;

4. ricomporre queste informazioni in uno schizzo in $\mathbf{R}^3$ della superficie.

Parte II Tracciare uno schizzo in $\mathbf{R}^3$ della curva parametrica di equazione

$$x(t) = \frac{\sin t}{t},\ y(t) = \frac{\cos t}{t}, z(t) = \frac{t^2}{3}.$$

Suggerimento: che relazione c'é tra questa curva ed il grafico della funzione $f(x, y) = \dfrac{1}{3x^2 + 3y^2}$ che avete appena studiato?

Esercizio 3. Data la curva parametrica

$$\begin{cases} x(t) = 3t \\ y(t) = 3t^2 \\ z(t) = 3t \end{cases}$$

i) Verificare che il punto $P = (3, 3, 3)$ appartiene alla curva;

ii) Calcolare i versori T, N, B nel punto P di cui sopra;

iii) Calcolare l'equazione del piano osculatore in P di cui al punto (i).

Esercizio 4. Sia T la regione del piano R^2 delimitata dalle curve $x = 0, x = 2\pi$ e $y = 4 + \sin x, y = -4 + \sin x$,

(i) Tracciare uno schizzo di T.

(ii) Scrivere T come dominio verticalmente semplice (y-semplice).

(iii) Impostare l'integrale $\int\int_T \frac{y}{\sin x}\ (dxdy)$ come integrale iterato;

(iv) Calcolarlo.

Esercizio 5. Data la funzione di due variabili:

$$f(x,y) = \frac{x^3}{3} - x + \frac{y^2}{2} - 2y$$

(i) Calcolare $\nabla f(x,y)$;

(ii) Trovare i punti critici.

(iii) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

(iv) Calcolare l'equazione del piano tangente nell'origine

Esercizio 6. Un tunnel a sezione semicircolare é lungo 14 metri ed é alto 5 metri.

(i) Impostare il calcolo del volume d'aria in esso contenuto, come integrale doppio;

(ii) ci sono, in questo particolare caso, modi piú semplici di calcolare il volume d'aria? Se sí, indicarli.