

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

1

2

3

4

5

ESERCIZIO 1.

i) $f(x, y) = \ln(x^2y)$, $\frac{\partial f}{\partial x} = \dots\dots\dots$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \dots\dots\dots$

ii) Risolvere per parti:

$$\int 3xe^{2x} dx$$

iii) Il gradiente di una funzione $f(x, y)$ è dato da $\nabla f = (2y, 3xy)$, calcolare la derivata direzionale nel punto $P(1, 2)$ e lungo la direzione $\mathbf{v} = \left(\frac{2}{\sqrt{13}}, \frac{3}{\sqrt{13}}\right)$

iv) $z = \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right)^2$, disegnare le curve di livello per $z = 1, z = 4$

v) Un solido ha per base la regione di piano compresa tra le curve di equazione $y = 10 - x^2$ e $y = 2$ ed è alto 3 metri. Impostare il calcolo del volume con un integrale doppio.

ESERCIZIO 2.Data la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = x^3 - 3x + y^2$$

(i) Determinare il dominio di esistenza della funzione f ;

(ii) Calcolare $\nabla f(x, y)$;

(iii) Trovare i punti critici.

(iv) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

(v) Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto corrispondente a $x = 1$ $y = 2$.

ESERCIZIO 3.Data la superficie quadrica di equazione

$$4z^2 + 4y^2 - x^2 = 16$$

- farne le sezioni

- tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3

- dire di che quadrica si tratta.

Una superficie quadrica ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati:

con il piano $y = 0$ la curva $4x - 25z^2 + 4 = 0$, con il piano $x = 0$ la curva $-16y^2 - 25z^2 + 4 = 0$.

- Disegnare queste sezioni

- Scrivere l'equazione della quadrica

- Dire di che tipo di quadrica si tratta

- Tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3 .

ESERCIZIO 4. Sia T la regione del piano R^2 delimitata dalle rette $y = \frac{1}{2} + 2x$, $y = \frac{1}{2}$ e $x = 1$,

(i) Tracciare uno schizzo di T .

(ii) Scrivere T come dominio orizzontalmente semplice (x -semplice).

(iii) Impostare l'integrale $\int \int_T \frac{y^2}{3x^4} (dxdy)$ come integrale iterato;

(iv) Calcolarlo.

ESERCIZIO 5. La pianta di un edificio è la regione di piano compresa tra le due curve $y = 2 - 2x^2$ e $y = 1 - x^2$. La copertura è un piano inclinato a 30° lungo l'asse y e tocca terra nel punto $P(1, 0, 0)$.

i) Fare uno schizzo della pianta del solido;

ii) Fare uno schizzo della sezione del solido;

iii) Fare uno schizzo del solido;

iv) Impostare il calcolo del volume come integrale doppio;

v) Calcolarlo.