Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche 2 - Appello del 7 luglio 2010

Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Giulio Caciotta, Silvia Marconi.

1	
2	
3	
4	
5	

NOME: ____________ COGNOME: ____________ MATRICOLA: ____________

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1. Dati i vettori $\underline{v}(1,0,1)$ e $\underline{w}(1,2,0)$

(i) scrivere l'equazione del piano α passante per $P_0(2,2,2)$ e che contenga entrambi i vettori;

(ii) trovare la distanza tra il punto $P_1(1,1,1)$ e il piano α;

(iii) scrivere l'equazione di una retta passante per P_1 e parallela al piano α.

Esercizio 2. Date le seguenti rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = -2 + 4t \end{cases} \qquad q : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

(i) stabilire la mutua posizione di r e s (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(ii) stabilire la mutua posizione di r e q (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(iii) stabilire la mutua posizione di s e q (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta.

Esercizio 3. Data la funzione di due variabili

$$f(x,y) = \frac{1}{2}\sin x \cos x - \frac{1}{2}x - \frac{y^3}{3} - y$$

(i) determinare il dominio di esistenza della funzione f;

(ii) calcolare $\vec{\nabla} f(x,y)$;

(iii) trovare i punti critici;

(iv) studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana ed eventualmente stabilire che questa informazione non è sufficiente.;

(v) calcolare l'equazione del piano tangente nel punto $P(\frac{\pi}{3}, 2)$.

Esercizio 4. Sia T la regione del piano $\mathbb{R}^2$ compresa tra le curve $x = 0$, $y = 0$, $y = 5 - 2x$ e $y = 2 + x$:

(i) scrivere T come dominio semplice;

(ii) impostare l'integrale $\iint_T x^2 y \ (dxdy)$ come integrale iterato;

(iii) calcolarlo;

(iv) descrivere la regione T come dominio semplice nell'altra direzione;

(v) Impostare l'integrale rispetto a questa nuova descrizione.

Esercizio 5. Una quadrica ha le seguenti curve di livello: per $z = 0$ la curva $4x^2 + 6y^2 = 36$ e per $z = 1$ la curva $4x^2 + 6y^2 = 0$;

(i) disegnare le curve di livello nel piano (x, y) ;

(ii) stabilire ed argomentare che tipo di superfici quadriche possano mostrare queste curve di livello;

(iii) sapendo che la sezione con il piano $y = 0$ è $36z^2 + 4x^2 = 36$ mettere insieme le informazioni dei punti precedenti e stabilire di che tipo di quadrica si tratta;

(iv) tracciarne uno schizzo in $\mathbf{R}^3$;

(v) scriverne l'equazione.