Facoltà di Architettura
**Istituzioni di Matematiche 2 - Appello del 8 settembre 2010**
Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Giulio Caciotta, Silvia Marconi.

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |

NOME: ______________ COGNOME: ______________ MATRICOLA: ________

**Attenzione:** Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti. Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

**Esercizio 1.** (i) Dato il piano $\alpha$ di equazione $x - 6y + z + 2 = 0$ e il punto $P(2, 2, 1)$, calcolare la distanza tra $P$ e $\alpha$;

(ii) scrivere l'equazione della retta passante per $P(2, 2, 1)$ e per $Q(1, 0, 1)$;

(iii) dato il punto $S(0, 3, -1)$, scrivere l'equazione del piano passante per i punti $P, Q, S$.

**Esercizio 2.** Date le seguenti rette di equazioni parametriche

$$r: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = 3t \\ y = 5 + 6t \\ z = 1 + 6t \end{cases} \qquad q: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 \end{cases}$$

(i) stabilire la mutua posizione di $r$ e $s$ (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(ii) stabilire la mutua posizione di $r$ e $q$ (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(iii) stabilire la mutua posizione di $s$ e $q$ (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta.

**Esercizio 3.** Data la funzione di due variabili

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

(i) determinare il dominio di esistenza della funzione $f$;

(ii) calcolare $\vec{\nabla} f(x,y)$;

(iii) trovare i punti critici;

(iv) studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana ed eventualmente stabilire che questa informazione non è sufficiente.;

(v) calcolare l'equazione del piano tangente nel punto $P(2,2)$.

(vi) calcolare la derivata direzionale della funzione $f$ lungo la direzione $\mathbf{v}(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, nel punto $P(2,2)$.

**Esercizio 4.** Dato l'integrale iterato

$$\int_0^2 \int_0^{3(1-\frac{1}{2}y)} x + y \; dydx$$

invertire l'ordine di integrazione e calcolarlo. (Suggerimento: dovete necessariamente dare una descrizione del dominio, disegnarlo e capire che cosa invertire)

**Esercizio 5.** Data la superficie quadrica di equazione

$$\frac{x^2}{4} - y^2 + 16z^2 = 2$$

(i) studiarne alcune sezioni opportune;

(ii) dire di che quadrica si tratta.

(iii) tracciarne uno schizzo in $\mathbf{R}^3$

Una superficie quadrica ha le seguenti sezioni con i piani coordinati: con il piano $x = 0$ la curva $3y^2 + 3z^2 = 2$, con il piano $y = 0$ la curva $3z^2 + x^2 = 2$, e con il piano $z = 0$ la curva $\frac{3}{2}y^2 + \frac{x^2}{2} = 1$

(i) disegnare le sezioni indicate;

(ii) tracciarne uno schizzo in $\mathbf{R}^3$;

(iii) scriverne l'equazione.