

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**Attenzione:** Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.  
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.**ESERCIZIO 1.** Date le tre rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 3 \\ z = -t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 2t, \end{cases}$$

- stabilire se ne esistono di parallele, giustificare;

- stabilire se ne esistono di sghembe, giustificare;

- stabilire se ne esistono di incidenti, giustificare;

1

2

3

4

5

**ESERCIZIO 2.**

- Completare la seguente tabella:

$\underline{u} = (a, b)$	$\underline{u} = a\underline{i} + b\underline{j}$	$\ \underline{u}\ $	schizzo angolo di $\underline{u}$ con asse orizzontale	angolo di $\underline{u}$ con asse orizzontale
(1, 2)	$\underline{i} + 2\underline{j}$	$\sqrt{5}$		$\arccos \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{3}$
.....	.....	2	.....	$\frac{\pi}{4}$
(1, -1)	.....	.....	.....	.....
.....	$\underline{i} + \underline{j}$	.....	.....	.....

- Dati  $\underline{u} = (3, 0.5, 1)$  e  $\underline{v} = (1, 1, 1)$ , calcolare

i)  $\underline{u} \cdot \underline{v}$

ii) l'angolo tra  $\underline{u}$  e  $\underline{v}$

iii)  $\underline{u} \wedge \underline{v}$

iv) l'equazione di una retta passante per il punto (1, 0, 1) in direzione  $\underline{v}$

v) la proiezione del vettore  $\underline{a}(4, 3, 2)$  lungo la direzione della retta definita in iv).

### ESERCIZIO 3.

i) Un cubo ha spigolo 1 e un vertice nell'origine, come in figura. Scrivere l'equazione del piano che passa per i quattro punti A, B, C, D indicati in figura.

ii) calcolare la distanza tra il punto  $(1, 0, 1)$  ed il piano  $7x - 2y + 4z + 2 = 0$

iii) scrivere l'equazione parametrica di una retta parallela al piano  $7x - 2y + 4z + 2 = 0$  e passante per il punto  $(1, 1, 1)$ .

#### ESERCIZIO 4.

- Una telecamera è a terra. Partendo da un punto sul terreno a distanza di 50 metri, un pallone sale verticalmente.
  - i) Trovare un'equazione che metta in relazione l'altezza del pallone con l'angolo di elevazione dalla telecamera al pallone.

ii) Determinare l'angolo di elevazione quando il pallone sta a 15 metri di altezza.

- Siano  $P(0, 1, 2)$ ,  $Q(3, 4, -1)$ ,  $R(2, 1, 1)$  tre vertici di un parallelogramma.

i) Si trovi la coordinata del quarto vertice S.

ii) Si trovi l'area di PQRS.

iii) Stabilire l'angolo tra il piano che contiene questo parallelogramma e un piano orizzontale.

**ESERCIZIO 5.** Dato il sistema lineare di tre equazioni in tre incognite  $\mathcal{A}\underline{x} = \underline{b}$ , con matrice dei coefficienti

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -5 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

1) verificare, giustificando la risposta, se e quante soluzioni ammette il sistema.

2) Risolvere, utilizzando il metodo dell'inversa,  $\mathcal{A}\underline{x} = B_1$ ,  $\mathcal{A}\underline{x} = B_2$

dove

$$B_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}.$$