

1	
2	
3	
4	
5	

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1. date le rette complanari di equazione parametrica

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

(i) determinare se le due rette sono parallele o incidenti;

(ii) scrivere l'equazione del piano che le contenga entrambe;

(iii) calcolare la distanza tra le due rette

Esercizio 2. Date le seguenti rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - t \\ z = \frac{8}{3} + t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - \frac{1}{3}t \end{cases}$$

(i) stabilire la mutua posizione di r e s (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(ii) stabilire la mutua posizione di r e q (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(iii) stabilire la mutua posizione di s e q (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta.

Esercizio 3. Data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \sin x - xy$$

(i) determinare il dominio di esistenza della funzione f ;

(ii) calcolare $\vec{\nabla} f(x, y)$ (anche indicato come Grad f);

(iii) trovare i punti critici della funzione;

(iv) studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana;

(v) calcolare l'equazione dei piani tangenti rispettivamente nel punto $P(0, 1)$ e nel punto $S(\pi, 2)$.

(vi) calcolare la derivata direzionale nel punto $Q(\frac{\pi}{2}, 3)$ e lungo la direzione $\underline{v} \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

Esercizio 4. Un covone di paglia ha come profilo (skyline?) la curva di equazione $z = -3x^2 + 9$, le sezioni orizzontali sono tutte circonferenze.

(i) fare uno schizzo della superficie che descrive il covone;

(ii) impostare il volume del covone e calcolarlo.

(iii) Calcolare il volume di un pallone da football americano sapendo che:
una sezione piana che passa per il suo centro è un'ellisse di assi 20 e 10; tutte le sezioni ortogonali alla precedente sono circonferenze; quella maggiore ha raggio 5.

(iv) fare uno schizzo

(v) calcolare il volume

(vi) stabilire che superficie è.

Esercizio 5. Data la superficie quadrica di equazione

$$\frac{1}{9}x^2 - 4y^2 - 9z^2 = 1$$

(i) studiarne le sezioni con i piani $x = 2, 3, 4$ e con il piano $y = 0$;

(ii) dire di che quadrica si tratta.

(iii) tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3

Una superficie quadrica ha le seguenti sezioni con i piani coordinati: con il piano $x = 0$ la curva $3z = -y^2 + 3$, con il piano $z = 0$ la curva $x^2 + y^2 = 3$,

(i) disegnare le sezioni indicate;

(ii) tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3 ;

(iii) scriverne l'equazione.