

1	
2	
3	
4	
5	

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1. Dato il piano α in \mathbf{R}^3 di equazione $3x - y + 5z = 1$

(i) scrivere l'equazione della retta r perpendicolare al piano α e passante per l'origine;

(ii) stabilire se il punto $P(2, 2, 1)$ appartiene alla retta r di cui al punto (i);

(iii) calcolare la distanza tra il punto $P(2, 2, 1)$ e la retta r , trovata in (i).

Esercizio 2. Date le seguenti rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 0 \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 3 + 4t \\ z = -t \end{cases}$$

(i) disegnare le tre rette in \mathbb{R}^3 ;

(ii) due coppie di queste rette sono incidenti rispettivamente in due punti P e Q . Stabilire quali sono queste coppie di rette incidenti e trovare le coordinate dei punti P e Q ;

(iii) calcolare la distanza tra P e Q .

Esercizio 3. Data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = e^{y^2}(x^2 + 1) + y^2$$

(i) determinare il dominio di esistenza della funzione f ;

(ii) calcolare $\vec{\nabla} f(x, y)$;

(iii) trovare i punti critici;

(iv) studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana;

(v) calcolare l'equazione del piano tangente nel punto $P(2, 0)$.

(vi) calcolare la derivata direzionale nel punto $Q(-1, 1)$ e lungo la direzione $\underline{v} \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

Esercizio 4. Sia T la regione del piano \mathbb{R}^2 nel primo quadrante, compresa tra le circonferenze di centro l'origine e raggi 1 e 2.

(i) disegnare il dominio T

(ii) scrivere T come dominio verticalmente semplice;

(iii) impostare l'integrale $\iint_T 3x^2y \, (dx dy)$ come integrale iterato;

(iv) calcolarlo;

Esercizio 5. Data la superficie quadrica di equazione

$$2z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

(i) studiarne le sezioni con i piani (z, x) , (x, y) e $z = 3$;

(ii) dire di che quadrica si tratta.

(iii) tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3

Una superficie quadrica ha le seguenti sezioni con i piani coordinati: con il piano $x = 0$ la curva $\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}z^2 = 1$, con il piano $y = 0$ la curva $-\frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{3} = 1$,

(i) disegnare le sezioni indicate;

(ii) tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3 ;

(iii) scriverne l'equazione.