

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

ESERCIZIO 1.Sia T la regione del piano \mathbb{R}^2 delimitata dalle tre curve $x = 0$, $y = 0$, $y = -\pi + x$.

i) Tracciare uno schizzo di T .

ii) Scrivere T come dominio verticalmente semplice.

iii) Impostare l'integrale $\int \int_T \cos x \cos y \, dx dy$ come integrale iterato.

iv) Calcolare $\int \int_T \cos x \cos y \, dx dy$.

1

2

3

4

5

6

ESERCIZIO 2.

i) Date le due rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases} ,$$

stabilire se sono incidenti, parallele o sghembe, giustificare.

ii) Sulla retta s per il punto corrispondente al valore $t = 2$ del parametro, passa un piano ortogonale ad s . Scrivere l'equazione di questo piano.

iii) Calcolare la distanza tra il piano trovato al punto *ii)* ed il punto $Q(3, -1, 2)$.

iv) Scrivere l'equazione della retta parallela ad r passante per $Q(3, -1, 2)$.

ESERCIZIO 3.

Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x - y - z = -2 \\ x + 3y - 4z = 2 \end{cases}$$

i) scrivere la matrice A dei coefficienti di questo sistema;

ii) scrivere la colonna B dei termini noti associata a questo sistema;

iii) risolvere, se possibile, il sistema con il metodo dell'inversa.

ESERCIZIO 4.

Sia T il quadrilatero di vertici $(\frac{\pi}{2}, \pi)$, (π, π) , $(\pi, 2\pi)$, $(2\pi, 2\pi)$.

i) Tracciare uno schizzo di T .

ii) Scrivere T come dominio orizzontalmente e verticalmente semplice.

iii) Impostare l'integrale $\int \int_T \frac{\sin y}{y} dx dy$ come integrale iterato.

iv) Calcolare $\int \int_T \frac{\sin y}{y} dx dy$.

ESERCIZIO 5.

La ciminiera di una fabbrica ha la seguente equazione $f(x, y) = -\log(x^2 + y^2) + \frac{1}{3}$, $z \in [0, 5]$.

i) Rappresentare la base della ciminiera sul piano (x, y) .

ii) Disegnare le sezioni per $z = 1$, $z = 3$, $z = 5$ in \mathbb{R}^3 .

iii) Calcolare la direzione di uscita del fumo nel punto sulla parete della ciminiera corrispondente a $P(1, 1)$ sulla base.

ESERCIZIO 6.

a) Data la funzione $f(x, y) = xy(-\frac{x}{5} - \frac{y}{6})$

i) determinare il dominio di esistenza della f ;

ii) calcolare $\nabla f(x, y)$;

iii) trovare i punti critici della f ;

iv) classificarli.

v) Calcolare il piano tangente ad f in $P_0(1, -1)$.

b) Data la funzione $f(x, y) = xye^{-\frac{x}{5} - \frac{y}{6}}$

i) determinare il dominio di esistenza della f ;

ii) calcolare $\nabla f(x, y)$;

iii) trovare i punti critici della f .