

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

ESERCIZIO 1.

i) Date le tre rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 4 + 6t \\ z = -1 + 9t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

- stabilire se ne esistono di parallele, giustificare;

- stabilire se ne esistono di sghembe, giustificare;

- stabilire se ne esistono di incidenti, giustificare.

ii) Determinare l'equazione del piano che contiene le due rette parallele.

1
2
3
4
5

ESERCIZIO 2.

Una superficie quadrica ha come intersezioni con il piano verticale $x = 0$, due rette verticali $y = 10$, $y = -10$.
Quante diverse superfici quadriche possono avere questa situazione? Elencarne almeno tre, con le loro equazioni.

Una superficie ha equazione $x^2 - y^2 + 3z^2 - 7 = 0$.

i) Stabilire di che tipo di superficie si tratta.

ii) Disegnarne opportune sezioni (certamente tutte quelle con i piani coordinati, altre se servono).

iii) Tracciare uno schizzo della superficie.

ESERCIZIO 3.

Data la funzione $f(x, y) = e^{3x^2 - 6xy + 2y^3}$, calcolarne il gradiente.

Data la funzione $f(x, y) = y \ln x$

i) scriverne il dominio;

ii) stabilire i punti critici di $f(x, y)$;

iii) classificarli;

iv) determinare il piano tangente ad $f(x, y)$ nel punto $P_0(1, 2)$.

ESERCIZIO 4.

Sia T la regione del piano \mathbb{R}^2 delimitata dalle curve $y = x^2$, $y = 2x^2$ e dalle rette $x = 2$, $x = 5$, nella regione $x > 0$, $y > 0$.

i) Tracciare uno schizzo di T .

ii) Scrivere T come dominio orizzontalmente e verticalmente semplice.

iii) Impostare l'integrale $\int \int_T (x - y) dx dy$ come integrale iterato.

iv) Calcolare $\int \int_T x(1 - y) dx dy$.

ESERCIZIO 5.

Una clessidra ha equazione $z = \arccos(x^2 + y^2 - \frac{3}{2})$, con $z \in [0, \pi]$.

i) Disegnare le sezioni della clessidra con i piani $z = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$.

ii) Fare uno schizzo della clessidra. Determinare l'equazione della sezione a metà altezza.

iii) Considerate i granelli che scivolano lungo la superficie; disegnare la loro direzione quando si trovano a metà altezza clessidra. Determinare il gradiente in uno dei punti a metà altezza (solo formula, stabilendo che vuol dire calcolarla in uno di quei punti).