

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**Attenzione:** Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.  
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

**ESERCIZIO 1.**

Date le due rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 5t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

(i) stabilire se sono incidenti, parallele o sghembe;

(ii) calcolare la distanza tra la retta  $r$  e il punto  $P(-2, 0, 4)$ ;

(iii) scrivere l'equazione del piano che contiene la retta  $s$  e passa per il punto  $Q(0, 1, 3)$ .

1
2
3
4
5

## ESERCIZIO 2.

Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 1 \\ 2x + y - 4z = 0 \\ 5y - z = 3 \end{cases}$$

*i)* scrivere la matrice  $A$  dei coefficienti di questo sistema;

*ii)* scrivere la colonna  $B$  dei termini noti associata a questo sistema;

*iii)* risolvere, se possibile, il sistema con il metodo dell'inversa.

**ESERCIZIO 3.**

(a) Una superficie ha equazione  $\frac{x^2}{9} - 4y^2 - 1 = 0$ .

*i)* Stabilire di che tipo di superficie si tratta.

*ii)* Disegnarne opportune sezioni (certamente tutte quelle con i piani coordinati, altre se servono).

*iii)* Tracciare uno schizzo della superficie.

(b) Una superficie quadrica ha le seguenti sezioni : con il piano verticale  $x = 0$  le rette  $y = \pm z$ .

Quante diverse superfici quadriche possono avere questa situazione? Elencarne almeno due, con le loro equazioni.

#### ESERCIZIO 4.

Data la funzione  $f(x, y) = xye^{-x-y}$ ,

*i)* scriverne il dominio;

*ii)* calcolarne il gradiente

*iii)* stabilire i punti critici di  $f(x, y)$ ;

*iii)* classificarli attraverso la matrice Hessiana;

*iv)* determinare la derivata direzionale di  $f(x, y)$  lungo la direzione  $\mathbf{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  nel punto  $P_0(0, 2)$ .

**ESERCIZIO 5.**

(a) Un capannone ha per pianta un'ellisse di semiassi 3 e 4. Il tetto è un piano inclinato a  $30^\circ$  rispetto al terreno, lungo l'asse maggiore dell'ellisse. Il punto più alto dell'edificio è a 10 mt dal terreno.

i) Tracciare uno schizzo della pianta e di tutto l'edificio.

ii) Impostare il calcolo del volume dell'aria contenuta nell'edificio con un integrale doppio ;

iii) se il punto più alto dell'edificio si trova a quota  $H$ , quanto dovrà essere  $H$  affinché il volume dell'edificio sia  $300mc$  (metri cubi)?. Impostare l'equazione.

(b) Sia  $T$  la regione di piano, nel quadrante  $x > 0, y > 0$ , compresa tra le rette  $y = 2, y = 4, y = x$  e  $y = \frac{x}{2}$ .

i) Tracciare uno schizzo di  $T$ .

ii) Scrivere  $T$  come dominio orizzontalmente e verticalmente semplice.

iii) Impostare l'integrale  $\int \int_T (\cos x + 1) dx dy$  come integrale iterato.

iv) Calcolare  $\int \int_T (\cos x + 1) dx dy$ .