

1	
2	
3	
4	
5	
6	

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1. Data la retta r di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = -4 + 6t \\ y = -4 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

(i) scrivere l'equazione del piano passante per il punto $P_0(3, 3, 1)$ e perpendicolare alla retta r ;

(ii) Si consideri ora la retta s di equazioni

$$s : \begin{cases} x = -4 + 6t \\ y = -4 - t \\ z = 2 + \lambda t \end{cases}$$

scrivere l'equazione del piano π passante per il punto $P_0(3, 3, 1)$ e perpendicolare alla retta s , in funzione di λ ;

(iii) determinare il valore di λ tale che il piano π passi per il punto $P_1(0, 1, 2)$.

Esercizio 2. Date le seguenti rette di equazioni parametriche

$$r : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -\frac{t}{2} \\ z = 7 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 6 + t \\ y = -\frac{1}{2} - t \\ z = 6 + 2t \end{cases}$$

(i) stabilire la mutua posizione di r e s (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(ii) stabilire la mutua posizione di r e q (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta;

(iii) stabilire la mutua posizione di s e q (sghembe, parallele o incidenti?) giustificando la risposta.

Esercizio 3. Data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = x^3 + 2x^2 + x + y^3 + 2y^2 + y$$

(i) determinare il dominio di esistenza della funzione f ;

(ii) calcolare $\vec{\nabla}f(x, y)$;

(iii) trovare i punti critici;

(iv) studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana;

(v) calcolare la derivata direzionale di $f(x, y)$ nel punto $P\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ in direzione $\hat{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

Esercizio 4. Sia T la regione del piano \mathbb{R}^2 compresa tra le curve $y = 0$, $x^2 + y^2 = 1$ e $y = 1 + x$:

(i)

(ii) scrivere T come dominio orizzontalmente semplice (x -semplice);

(iii) scrivere T come dominio verticalmente semplice (y -semplice);

(iv) impostare l'integrale $\iint_T xy \, (dxdy)$ come integrale iterato, in entrambe le descrizioni;

(v) calcolarlo.

Esercizio 5. Un tunnel lungo 100 metri ed alto 3, ha sezione parabolica; la larghezza, a terra, è di 2 metri;

(i) tracciare uno schizzo del tunnel in un sistema di riferimento cartesiano ;

(ii) scrivere l'equazione della parabola che descrive la sezione del tunnel;

(iii) scrivere l'equazione della superficie curva del tunnel;

(iv) impostare il calcolo del volume indicando la descrizione analitica del dominio di integrazione;

(v) calcolarne il volume.

Esercizio 6. Una superficie a simmetria rotazionale attorno all'asse z . La sua sezione con il piano $x = 0$ ha equazione $z = \frac{1}{y^2}$;

(i) disegnarne la sezione nel piano $x = 0$;

(ii) disegnare la superficie in \mathbf{R}^3 ;

(iii) scrivere l'equazione della superficie.