

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

spazio
riservato
alla
commissione

1
2
3
4
5
6

ESERCIZIO 1.

Date le tre rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = -2t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + \frac{1}{2}t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 5 - t \\ y = 4 \\ z = -\frac{1}{2} + 2t, \end{cases}$$

- stabilire se ne esistono di parallele, giustificare;

- stabilire se ne esistono di sghembe, giustificare;

- stabilire se ne esistono di incidenti, giustificare;

ii) un piano contiene la retta r e il punto $P_0(2, 3, 1)$. Scrivere l'equazione di tale piano.

ESERCIZIO 2.

Sia T la regione del piano \mathbb{R}^2 delimitata dall'asse y , dalle rette $y = \sqrt{\pi}$, $y = \sqrt{3\pi}$ e dalla curva $x = 3y^2$.

i) Tracciare uno schizzo di T .

ii) Scrivere T come dominio orizzontalmente semplice.

iii) Impostare l'integrale $\int \int_T \frac{\cos y^2}{y} dx dy$ come integrale iterato usando la descrizione del punto (*ii*);

iv) Calcolarlo.

ESERCIZIO 3.

i) Data una matrice A , dare la definizione di matrice inversa di A .

ii) date le due matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} -7 & 2 & 2 \\ 12 & -4 & 3 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

stabilire, giustificando la risposta, se sono una l'inversa dell'altra

ESERCIZIO 4.

Data la funzione $f(x, y) = e^{3y^2 - x^2 - 2xy}$

(i) Determinare il dominio di esistenza della funzione f

(ii) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(iii) Trovarne i punti critici.

(iv) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

v) scrivere l'equazione del piano tangente nei punti critici e nel punto $(1, 1)$.

ESERCIZIO 5.

Una montagna ha la superficie descritta dalla equazione $z = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$ $x \in [-200, 200]$ $y \in [-200, 200]$

i) Studiare e disegnare le curve di livello per $z = 0$, $z = 2$, $z = 4$.

ii) Fare uno schizzo tridimensionale della montagna.

iii) calcolare la direzione di massima pendenza nel punto $P_1(3, 1)$;

iv) uno sciatore vuole stare fermo nel punto che corrisponde a P_1 sulla montagna. Come orienta gli sci rispetto alla direzione di massima pendenza?

v) e rispetto alla curva di livello passante per quel punto?

ESERCIZIO 6. (a) Una superficie quadrica ha intersezione:

- con il piano (y, z) la curva $\frac{z^2}{8} + \frac{x^2}{3} = 2$;
- con il piano (x, z) la curva $\frac{z^2}{8} - y^2 = 2$.

(i) disegnare le varie sezioni;

(ii) tracciare uno schizzo della superficie in \mathbf{R}^3 ;

(iii) scrivere una possibile equazione di questa superficie e stabilire di che superficie si tratta.

(b) Una superficie ha equazione $y = 3 - x^2$.

(i) disegnarne le sezioni con i piani coordinati e, se è utile, altre sezioni;

(ii) tracciare uno schizzo della superficie in \mathbf{R}^3 ;

(iii) stabilire di che tipo di superficie si tratta.