

FACOLTÀ DI ARCHITETTURA
Istituzioni di Matematiche 2 - Appello del 11 settembre 2012
Proff. Laura Tedeschini Lalli, Paola Magrone, Lorenzo Asti, Cristina Pucci.

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

spazio riservato alla commissione	
1	
2	
3	
4	
5	

ESERCIZIO 1. Studiare il solido il cui volume è definito dall'integrale

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} (3 - 3x - 3y) dy$$

i) definire l'insieme che forma la base del solido, nel piano (x, y) , e tracciarne uno schizzo

ii) scrivere la funzione che definisce il "tetto" di questo solido e tracciare uno schizzo del solido

iii) quante pareti, o facce, ha questo solido?

iv) Calcolarne il volume.

ESERCIZIO 2.

i) Dato il punto $C(2, 1, -1)$ scrivere l'equazione della sfera di centro C e tangente al piano (y, z)

ii) Date le due rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 6 - 4t \\ z = -4 - 4t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 10 + 12t \\ z = 2t \end{cases}$$

a) Stabilire se sono sghembe, parallele o incidenti, giustificando la risposta.

b) Scrivere l'equazione del piano contenente la retta s e passante per il punto $P_0(0, 1, 2)$

c) Calcolare la distanza tra il piano di equazione $-x + 4y + 5z - 7 = 0$ e il punto $R_0(1, 0, 1)$

ESERCIZIO 3.

Data la funzione $f(x, y) = x^2 y^3 (6 - x - y)$

(i) Determinare il dominio di esistenza della funzione f

(ii) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(iii) rovarne i punti critici che non si trovano sugli assi coordinati, cioè con la condizione che $x \neq 0$ e $y \neq 0$.

(iv) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

v) scrivere l'equazione del piano tangente nei punti critici e nel punto $(1, 1)$.

ESERCIZIO 4.

Data la superficie di equazione $z = (y - x)^2$

i) Studiare e disegnare le curve di livello per $z = 1$, $z = 4$, $z = 9$, $z = 25$.

ii) studiare e disegnare le sezioni con i piani coordinati (x, z) e (y, z)

iii) bonus (cioè fatela solo se avete tempo: non toglie punti non farla): tracciare uno schizzo della superficie.

ESERCIZIO 5. (a) Una superficie quadrica ha intersezione:

- con il piano (x, z) la curva $x = -2z^2$;
- con il piano (x, y) la curva $x = -y^2$.

(i) disegnare le varie sezioni;

(ii) tracciare uno schizzo della superficie in $\mathbf{R}^3$;

(iii) scrivere una possibile equazione di questa superficie e stabilire di che superficie si tratta.

(b) Una superficie ha equazione $y^2 = 16 - (x - 1)^2 - z^2$.

(i) disegnarne le sezioni con i piani coordinati e, se utile, altre sezioni;

(ii) tracciare uno schizzo della superficie in $\mathbf{R}^3$;

(iii) stabilire di che tipo di superficie si tratta.