

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1.Data la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 8x - 2y + 2z + 1 = 0 \\ 5x + z + 2 = 0 \end{cases}$$

- (i) Calcolare il vettore direzione di r ;
- (ii) Trovare le coordinate di un punto P_0 appartenente ad r ;
- (iii) Data la retta s di equazione parametrica

$$\begin{cases} x(t) = 3 \\ y(t) = 8t + 3 \\ z(t) = -2t + 3 \end{cases}$$

stabilire la mutua posizione di r e s .

1

2

3

4

5

6

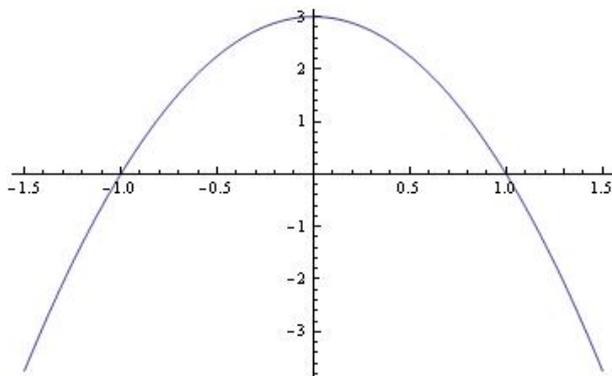
Esercizio 2. Data la curva parametrica

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \sin(t) \cos(t) \\ z(t) = \sin^2(t) \end{cases}$$

(i) Calcolare i vettori \mathbf{T} , \mathbf{N} .

(ii) Calcolare il versore \mathbf{B} nel punto $P = (\Pi/2, 0, 1)$

Esercizio 3. Il solido V ha come base l'area compresa tra l'asse x e la parabola come in figura. Le sezioni del solido, ottenute con piani ortogonali all'asse x , sono tutti quadrati.



(i) Descrivere la base come dominio y -semplice.

(ii) Impostare il volume del solido come integrale doppio.

(iii) Calcolarlo

(iv) Tracciare due schizzi del solido da due diversi punti di vista.

Esercizio 4. Data la superficie in \mathbf{R}^3 di equazione $y = x^2$

(i) Disegnare le sezioni per $z = 1, 2, 3$.

(ii) Disegnare le sezioni per $y = 0, 1, 2$.

(iii) Disegnare le sezioni per $x = 1, 2$.

(iv) Ricomporre queste informazioni in uno schizzo in \mathbf{R}^3 della superficie.

(v) Tracciare uno schizzo in \mathbf{R}^3 della curva parametrica di equazione

$$x(t) = t, \quad y(t) = t^2, \quad z(t) = \cos(t).$$

Suggerimento: Che relazione c'è tra questa curva ed il grafico della funzione $y = x^2$ che avete appena studiato?

Esercizio 5. Data la superficie quadrica di equazione

$$y = \sqrt{x^2 + 4z^2}.$$

(i) Specificare il tipo di quadrica e tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3 .

(ii) Una superficie quadrica ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati:

con il piano $z = 0$ la curva $x^2 - \frac{y^2}{4} - 1 = 0$, con il piano $y = 0$ la curva $x^2 - z - 1 = 0$.

- Scrivere l'equazione della quadrica
- Dire di che tipo di quadrica si tratta
- Tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3

Esercizio 6.

Data la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = y^2x - 4x,$$

(i) Calcolare il gradiente di $f(x, y)$.

(ii) Trovare i punti critici.

(iii) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

(iv) Calcolare l'equazione del piano tangente nel punto $P = (2, 1, -6)$.

(v) Calcolare la derivata direzionale nella direzione del vettore $\mathbf{v} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ nel punto $Q = (2, 0)$.