

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

Esercizio 1. Date le seguenti tre rette di equazioni

$$r : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 4t \\ y = -2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = t \\ y = 4 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

- (i) Stabilirne la mutua posizione, ovvero quali coppie sono parallele, quali incidenti, quali sghembe giustificando le risposte.

- (ii) Calcolare la distanza del punto $P_0(-2, 1, 1)$ dalla retta r .

1

2

3

4

5

6

Esercizio 2. Data la superficie quadrica di equazione

$$\frac{x^2}{9} - z^2 + y^2 = -1,$$

(i) tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3 .

(ii) Una superficie quadrica ha le seguenti intersezioni con i piani coordinati:
con il piano (x, z) la curva $x = 2z^2 - 1$, con il piano (y, z) la curva $x^2 + z^2 = \frac{1}{2}$.

- Disegnare le sezioni,
- Scrivere l'equazione della quadrica, dire di che tipo di quadrica si tratta.
- Tracciarne uno schizzo in \mathbf{R}^3 .

Esercizio 3. Sia T la regione del piano \mathbf{R}^2 delimitata dalle curve $y = 0$, $y = 2x$ e $x = 2$,

(i) Tracciare uno schizzo di T .

(ii) Scrivere T come dominio verticalmente semplice (y -semplice).

(iii) Impostare l'integrale $\int \int_T y \sin(x^3) dx dy$ come integrale iterato;

(iv) Calcolarlo.

Esercizio 4. Data la curva parametrica

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = t^2 \end{cases}$$

(i) Calcolare il versore tangente nel punto relativo al parametro $t = 1$;

(ii) Calcolare il versore normale nel punto relativo al parametro $t = 1$;

(iii) Calcolare l'equazione del piano osculatore nel punto relativo al parametro $t = 1$.

Esercizio 5. Data la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = y \sin(2x)$$

(i) Calcolare $\nabla f(x, y)$;

(ii) Trovare i punti critici limitatamente a quelli contenuti nella regione $x \in [0, 2\pi]$ e $y \in \mathbb{R}$.

(iii) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

Esercizio 6. Un capannone ha come base un'ellisse di semiassi 10 e 2. Le intersezioni del capannone con i piani ortogonali all'asse più lungo sono dei quadrati.

(i) Fare uno schizzo della situazione;

(ii) Disegnare il dominio A (base dell'edificio) ;

(iii) Scrivere A come dominio semplice;

(iv) Calcolare il volume dell'edificio:

- impostare il volume come integrale doppio

- calcolarlo.