

NOME: _____ COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

Attenzione: Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

spazio
riservato
alla
commissione

1
2
3
4
5

ESERCIZIO 1.

Date le due rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

i) stabilirne la mutua posizione;

ii) scrivere le coordinate del punto P , appartenente alla retta r , che si ottiene per $t = 2$;

iii) calcolare la distanza tra il punto P appena trovato e la retta s .

ESERCIZIO 2.

Sia T la regione del piano \mathbb{R}^2 delimitata dalle curve $y = 2x$, $y = 3 - x^2$, $x = 0$ e contenuta nel primo quadrante.

i) Tracciare uno schizzo di T .

ii) Scrivere T come dominio verticalmente semplice.

iii) Impostare l'integrale $\int \int_T (x + 2y) dx dy$ come integrale iterato usando la descrizione del punto (*ii*);

iv) Calcolarlo.

ESERCIZIO 3.

Data la funzione $f(x, y) = x \log(x + y) + 2$

(i) Determinare il dominio di esistenza della funzione f e farne uno schizzo in \mathbb{R}^2 .

(ii) Calcolare $\nabla f(x, y)$.

(iii) Trovare i punti critici.

(iv) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

v) Calcolare la derivata direzionale nel punto $(2, 1)$ in direzione $(3, 1)$.

ESERCIZIO 4.

Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - 4y + 3z = -1 \\ x + 2y = 7 \\ 2x - y - 3z = 0 \end{cases}$$

i) scrivere la matrice A dei coefficienti ad esso associata e il vettore B dei termini noti.

ii) E' possibile risolvere il sistema $A \cdot \mathbf{x} = B$ con il metodo dell'inversa? perché?

iii) Se possibile, risolvere il sistema con il metodo dell'inversa.

ESERCIZIO 5.

Un solido ha superficie data dalla funzione $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$.

i) Studiare e disegnare le curve di livello per $z = 0$, $z = 1$, $z = 2$.

ii) Fare uno schizzo tridimensionale del solido.

iii) Impostare il calcolo del volume come integrale doppio. Non c'è bisogno di calcolarlo.

iv) Scrivere l'equazione del piano tangente nei punti $P_1(0, 0)$ e $P_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.