

NOME: \_\_\_\_\_ COGNOME: \_\_\_\_\_ MATRICOLA: \_\_\_\_\_

**Attenzione:** Svolgere i seguenti esercizi, utilizzando il retro dei fogli per i conti.  
Non usare altri fogli. Riportare le risposte negli spazi.

**ESERCIZIO 1.**

Sia  $T$  la regione del piano  $\mathbb{R}^2$  delimitata dalle rette  $y = \sqrt{\pi}$ ,  $y = \sqrt{2\pi}$  e dalla curva  $x = y^2$ .

*i)* Tracciare uno schizzo di  $T$ .

*ii)* Scrivere  $T$  come dominio orizzontalmente semplice.

*iii)* Impostare l'integrale  $\int \int_T \frac{\sin y^2}{y} dx dy$  come integrale iterato usando la descrizione del punto (*ii*);

*iv)* Calcolarlo.

spazio  
riservato  
alla  
commissione

1

2

3

4

5

**ESERCIZIO 2.**

Date le due rette di equazione Date le tre rette di equazione

$$r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = -2t \end{cases} \quad q : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = -4 - 3t, \end{cases}$$

- stabilire se ne esistono di parallele, giustificare;

- stabilire se ne esistono di sghembe, giustificare;

- stabilire se ne esistono di incidenti, giustificare;

*ii*) un piano contiene la retta  $r$  e il punto  $P_0(1, 3, 1)$ . Scrivere l'equazione di tale piano.

**ESERCIZIO 3.**

Data la funzione  $f(x, y) = e^{3x^2 - y^2 - 2xy}$

(i) Determinare il dominio di esistenza della funzione  $f$

(ii) Calcolare  $\nabla f(x, y)$ .

(iii) Trovare i punti critici.

(iv) Studiare la natura dei punti critici attraverso la matrice Hessiana.

v) scrivere l'equazione del piano tangente nei punti critici e nel punto  $(1, 1)$ .

**ESERCIZIO 4.**

Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - 4y + 3z = -1 \\ x + 2y = 7 \\ 2x - y - 3z = 0 \end{cases}$$

*i)* scrivere la matrice  $A$  dei coefficienti ad esso associata e il vettore  $B$  dei termini noti.

*ii)* E' possibile risolvere il sistema  $A \cdot \mathbf{x} = B$  con il metodo dell'inversa? perché?

*iii)* Se possibile, risolvere il sistema con il metodo dell'inversa.

**ESERCIZIO 5.**

Una montagna ha superficie descritta dalla equazione  $z = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$   $x \in [-100, 100]$   $y \in [-100, 100]$

*i)* Studiare e disegnare le curve di livello per  $z = 0$ ,  $z = 3$ ,  $z = 5$ .

*ii)* Fare uno schizzo tridimensionale della montagna.

*iii)* calcolare la direzione di massima pendenza nel punto  $P_1(1, 3)$ ;

*iv)* uno sciatore vuole stare fermo nel punto che corrisponde a  $P_1$  sulla montagna. come orienta gli sci rispetto alla direzione di massima pendenza?

*v)* e rispetto alla curva di livello passante per quel punto?

*vi)* come orientare gli sci se desidera la massima accelerazione?