

# II tutorato di analisi matematica 1a

docenti: prof. M. Girardi, prof. P. Magrone

7 ottobre 2004

**Esercizio 1.** Dimostrare che:

$$||a| - |b|| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$$

**Esercizio 2.** Dimostrare che, se  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ , risulta:

a)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$

b)  $(a + b)(b + c)(a + c) \geq 8abc$

c)  $a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 \geq abc(a + b + c)$

**Esercizio 3.** Dire per quali  $x \in \mathbb{R}$  sono soddisfatte le seguenti disuguaglianze:

1. con i moduli

(a)  $|x^2 - 3x + 2| < x + 1$

(b)  $\left| \frac{|x+1|+3}{|2x+1|} \right| \leq 4$

(c)  $|2 \tan^2 x - \tan x| < 2$

(d)  $|\sqrt{3} \sin x - \cos x| \leq 1$

2. trigonometriche

(a)  $\frac{\sin x - \cos x}{4 \sin x + 9} \geq 0$

(b)  $\cos(2x) + \cos(x) < 0$

(c)  $\sqrt{3} \sin x - \cos x + 1 < 0$

(d)  $(4 - \sqrt{6}) \sin^2 x - \sqrt{6} \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x > 2\sqrt{2} \sin x$

(e)  $4 \sin x \tan x - \frac{3}{\cos x} < 0$

3. esponenziali

(a)  $3^x - 5 \cdot 3^{1-x} \leq 2$

(b)  $3^{x-1} > \frac{4^{x+1}}{5}$

4. logaritmiche

(a)  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) > 0$

(b)  $\log x + \log(x + 3) < 1$

(c)  $2 \log_{0,7}(x + 1) - \log_{0,7}(x - 1) > \log_{0,7}(3x - 1)$

(d)  $\log_{\frac{1}{2}}(7 - 2^x) - \log_{\frac{1}{2}}(5 + 4^x) + \log_{\frac{1}{2}} 7 \geq 0$

5. ...per concludere

(a)  $|\cos x| < \frac{1}{\sqrt{2}}$

(b)  $|\log_9(2x^2 - x + 1) - \log_3(x - 2)| \leq 1$

(c)  $\log_2(2 \sin^2 x - \sin x + 3) > 2$

(d)  $2 \log_{\frac{1}{2}} \tan x \leq \log_{\frac{1}{2}} 3$

**Esercizio 4.** Dimostrare che  $\sqrt{3}$  non è un numero razionale.