ESERCIZI SULLE DERIVATE

(1) Per quali $t \in \mathbb{R}$ è derivabile $F(t) = \int_0^t \sqrt{x} \mathrm{d}x$.

(2) Calcolare la derivata dell seguenti funzioni:

1. $\int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2} \mathrm{d}t$
2. $\int_1^{e^x} \log t \mathrm{d}t$
3. $\int_0^{\sin x} \frac{1}{1-t^2} \mathrm{d}t$
4. $\int_x^1 \sin^2 t \mathrm{d}t$

(3) Sia f derivabile in $[a, b]$, provare, usando il teorema del valor medio, che:

1. $f'(x) = 0 \, \forall x \in [a, b] \Rightarrow f$ é costante in $[a, b]$
2. $f'(x) \geq 0 \, \forall x \in [a, b] \Rightarrow f$ é monotona in $[a, b]$
3. $f'(x) > 0 \, \forall x \in [a, b] \Rightarrow f$ é iniettiva in $[a, b]$

(4) Sia f pari $\forall x \in \mathbb{R}$, provare che f' é dispari.
Sia g dispari, provare che g' é pari.
Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ derivabile. Dire per quali $x \in \mathbb{R}$ la funzione $\frac{1}{f(x)}$ risulta derivabile a calcolarne la derivata.

(5) Calcolare $\lim_{x \to 0} \frac{x \int_0^x \cos t^2}{1 - \cos x} \mathrm{d}t$.

(5) Sia $F(x) = \int_2^x \left(1 - \frac{\sin^2 t}{t^2}\right) \mathrm{d}t$ per $x > 0$, verificare che:
a) $F(x)$ é monotona

b) $F(x)$ ammette asintoto obliquo
c) Stabilire se $F(x)$ ha punti di flesso in $(0, \pi)$.

(6) Con un foglio di lati a e b si vuole costruire una scatola (senza coperchio) ritagliando 4 quadrati di lato r agli angoli e ripiegando il lembi.Come si deve scegliere r affinché il volume sia massimo?