8. ESERCIZI SUI LIMITI DI FUNZIONI

UNA LISTA DI LIMITI NOTEVOLI DA UTILIZZARE:

$\lim_{x\to+\infty} x^{\frac{1}{x}} = 1$

$\lim_{x\to+\infty} a^{\frac{1}{x}} = 1 \quad \forall a > 0$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{(\log x)^\alpha}{x^\beta} = 0 \quad \alpha, \beta > 0$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{(x)^\alpha}{a^x} = 0$

$\lim_{x\to\ +,-\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

$\lim_{x\to+\infty} \left(1+\frac{a}{x}\right)^x = e^a$

$\lim_{x\to\ 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right) = 1$

$\lim_{x\to\ 0} \left(\frac{e^x-1}{x}\right) = 1$

$\lim_{x\to\ 0} \left(\frac{1-\cos x}{x^2}\right) = \frac{1}{2}$

$\lim_{x\to\ 0} \left(\frac{\log(1+x)}{x}\right) = 1$

ESERCIZIO 1 Calcolare i seguenti limiti:
(a) $\lim_{x\to 0} x^x$;

(b) $\lim_{x\to 0} x \ln x$;

(c) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$;

(d) $\lim_{x\to 1^+} \frac{\ln\left(1+\sqrt{x-1}\right)}{\sqrt{x^2-1}}$;

(e) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$;

(f) $\lim_{x\to 0^+} (1+|\sin x|)^{\frac{1}{x}}$;

(g) $\lim_{x\to \infty} xe^x \sin\left(e^{-x}\sin\frac{2}{x}\right)$;

(h) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin^2 3x}$;

(i)(*) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\pi\cos x)}{x\sin x}$;

(j) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \tan x(e^{\cos x}-1)$;

(k) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{\tan^3 x-1}}{x(\cos x-e^{x^2})}$;

(l) $\lim_{x\to 0} \frac{x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$;

(m) $\lim_{x\to 0} \frac{3\tan x+(1-\cos 2x)\sin^2 x}{27x^4+5\sin x}$;

ESERCIZIO 2

Verificare che i seguenti limiti non esistono:

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{|x|}$;

(b) $\lim_{x\to 4}[x]\{x\}$, dove $\{\cdot\}$ indica la funzione parte frazionaria;

(c) $\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x}{|x|}$;

(d) $\lim_{x\to 0} |x|^{\frac{1}{x}}$.