Integrali Impropri II

Manuela Grella & Simona Giovannetti

10 maggio 2005

Esercizio 1. Studiare il comportamento dei seguenti integrali generalizzati:

(i)$I = \int_0^1 \frac{e^x}{x} dx$;

(ii)$I = \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{1-x}} dx$;

(iii)$I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} dx$;

(iv)$I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$;

(v)$I = \int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$;

(vi)$I = \int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$.

Esercizio 2. Applicando la definizione studiare i seguenti integrali:

(i)$I = \int_0^{+\infty} \sin x \; dx$.

(ii)$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^4} dx$;

Esercizio 3. Verificare che l'integrale improprio $I = \int_{-\infty}^0 x \sin x^2 e^{-x^2} dx$ è convergente e calcolarne il valore.

Esercizio 4. Calcolare i seguenti limiti con la regola di de L'Hopital:

(i) $lim_{x\to 0} \frac{lnx}{ctgx}$

(ii)$lim_{x\to 0}(\frac{1}{sen^2 x} - \frac{1}{x^2})$

(iii)$lim_{x\to 1}(\frac{x^3-2x^2-x+2}{x^3-7x+6}$

(iv)$lim_{x\to 0}(cos2x)^{\frac{3}{x^2}}$