Rolle, Lagrange e Studi di Funzioni II

Manuela Grella & Simona Giovannetti

23 marzo 2005

Esercizio 1. Dimostrare le seguenti disuguaglianze:

(i) $\frac{1}{x+1} < \ln(1+\frac{1}{x}) < \frac{1}{x} \quad \forall x > 0.$

(ii) $x + \sin x \leq 2(e^x - 1) \quad \forall\, x \geq 0.$

(iii) $\tan x \geq x + \frac{x^3}{3} \quad \forall\, x \in [0, \frac{\pi}{2}].$

Esercizio 2. Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni continue in $[a, b]$ e derivabili in (a, b). Supponiamo che $f(a) \geq g(a)$ e che $f'(x) \geq g'(x) \quad \forall\, x \in (a, b)$. Dimostrare che $f(x) \geq g(x) \quad \forall\, x \in [a, b]$

Esercizio 3. Studiare le seguenti funzioni:

(i)$f(x) = |x^3 - 1|$;

(ii)$f(x) = \sqrt{\frac{x^2(x-1)}{x+1}}$