Uniforme continuità e Studi di Funzioni

Manuela Grella & Simona Giovannetti

5 aprile 2005

Esercizio 1. Stabilire se le seguenti funzioni sono o no uniformemente continue negli intervalli indicati:

(i) $f(x) = \frac{1}{\cos x + 2}$ in $\mathbf{R}$;

(ii) $f(x) = \frac{1}{\sinh x}$ in $(0, +\infty)$;

(iii) $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ in $[\frac{1}{\pi}, +\infty)$;

(iv) $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases}$ in $\mathbf{R}$;

(v) $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-4}$ in:

(a) $[3, +\infty)$;

(b) $(-\infty, -2)$;

Esercizio 2. Verificare che la funzione $f(x) = x^\alpha$ $(\alpha > 0)$ è uniformemente continua in $[1, +\infty)$ se $\alpha \leq 1$.

Esercizio 3. Studiare le seguenti funzioni su $\mathbf{R}$:

(i) $f(x) = e^{-x}(\ln |x| + \frac{x}{|x|})$;

(ii) $f(x) = \sin x + \tan x$